

AL9 Introduzione alla Teoria dei Gruppi

A.A. 2006/2007

Prof. Francesco Pappalardi

http://www.mat.uniroma3.it/users/pappa/CORSI/AL9_06_07/AL9.htm

1. Introduzione. Generalità e richiami sui gruppi. Teorema di classificazione dei gruppi abeliani finiti. Gruppi ciclici, Diedrali, quaternioni. Elenco dei gruppi di ordine minore di 16. Enumerazione dei gruppi. Teorema di Cayley. Matrici permutazione. Laterali. Teorema di Lagrange. Sottogruppi normali, proprietà. Gruppi semplici, classificazione dei gruppi semplici. Teorema di omomorfismo per gruppi, Teorema di isomorfismo per gruppi, Teorema di Corrispondenza. Automorfismi, Centro, automorfismi interni. Gruppi completi. S_n è completo se $n \neq 2, 6$. Il centro di S_n è banale se $n > 2$. Gruppi di automorfismi, sottogruppi caratteristici.

2. Gruppi liberi e presentazioni. Proprietà universale della proiezione canonica sui quozienti. Semigruppri liberi, parole, Gruppi Liberi. Proprietà univerali dei gruppi liberi. Sottogruppi normali generati da sottoinsiemi, sottoinsiemi normali. Presentazioni di gruppi, esempi, gruppi finitamente presentati. Proprietà universale delle presentazioni, presentazioni dei gruppi ciclici, abeliani, diedrali e quaternioni generalizzati. Ogni gruppo finito è finitamente presentabile. Il problema delle parole, Il problema di Burnside. Computer e Presentazioni.

3. Prodotti. Prodotti diretti, prodotti diretti di sottogruppi. Prodotti semi-diretti Proprietà dei prodotti semi-diretti. Caratterizzazione dei prodotti semi-diretti . Esempi: $C_3 \rtimes C_4$. Classificazione dei gruppi con $2p$ elementi. Classificazione dei gruppi con p^3 elementi. Isomorfismi di prodotti semidiretti.

4. Ampliamenti di Gruppi. Successioni esatte corte di gruppi. Ampliamenti di gruppi, esempi. Serie di composizione per gruppi finiti. Teorama di Jordan Hoelder sull'unicità dei fattori di composizione. Programma di Hoelder per la classificazione dei gruppi finiti.

5. Azioni di gruppi sugli insiemi. Esempi fondamentali, Orbite, Azioni transitive, k -volte transitive, stabilizzatori. Sotto insiemi stabili, proprietà degli stabilizzatori, Proprietà delle azioni transitive, azioni fedeli e libere, L'equazione delle classi. Il Teorema di Cauchy. Proprietà dei p -gruppi, I p -gruppi hanno centro non banale e un sottogruppo normale per ogni divisore dell'ordine. Gruppi con p^2 elementi. Azioni sui laterali di un sottogruppo. Criteri di non semplicità. Gruppi con 99 elementi. Azioni primitive. Blocchi. Caratterizzazione delle azioni primitive in termini della massimalità degli stabilizzatori.

6. Gruppi di permutazioni. Generalità sulle permutazioni. Segno di una permutazione. Decomposizione in cicli, classi di coniugazioni, generatori, partizioni, esempi. Semplicità di A_n , $n > 4$. I sottogruppi normali di S_n , $n > 4$.

7. Teoremi di Sylow. Primo Teorema di Sylow. Classificazione dei gruppi con 99 e 30 elementi. Gruppi con pq elementi. Secondo Teorema di Sylow. A_5 è l'unico gruppo semplice con 60 elementi.

8. Condizioni sulle catene. Catene di composizione. Gruppi risolubili, Catene derivate. Indice di risolubilità. Enunciato del Teorema di Feit Thompson. Sottogruppi e quozienti di gruppi risolubili sono risolubili. Estensioni di gruppi risolubili sono risolubili. Gruppi nilpotenti. Proprietà e esempi di gruppi nilpotenti. Sottogruppi e quozienti di gruppi nilpotenti sono nilpotenti. grado di nilpotenza. Serie centrali ascendenti. Caratterizzazione dei gruppi nilpotenti in termini del prodotto diretto dei Sylow.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] J. S. MILNE, *Group Theory*. Course Notes, (2003).
 [2] T. MACHÌ, *Dispense del Corso di Teoria dei Gruppi*.

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] M. ARTIN, *Algebra*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, (1991).
 [4] D. DUMMIT AND R. FOOTE, *Abstract algebra*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, (1991).
 [5] T. W. HUNGERFORD, *Algebra*. Reprint of the 1974 original. Graduate Texts in Mathematics, 73. Springer-Verlag, New York-Berlin, (1980).
 [6] N. JACOBSON, *Lectures in abstract algebra. III. Theory of fields and Galois theory*. Second corrected printing. Graduate Texts in Mathematics, No. 32. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, (1975).
 [7] S. LANG, *Algebra*. Revised third edition. Graduate Texts in Mathematics, 211. Springer-Verlag, New York, (2002).
 [8] J. ROTMAN, *Galois theory*. Universitext. Springer-Verlag, New York, (1998).
 [9] I. STEWART, *Galois theory*. Second edition. Chapman and Hall, Ltd., London, (1989).
 [10] J. STILLWELL, *Elements of algebra*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, (1994).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

Gli studenti devono presentare uno o più seminari su argomenti avanzati del corso e risolvere degli esercizi a casa che saranno poi discussi in presenza del docente.