

## ESERCIZI SULLE CURVE DIFFERENZIABILI.

1. Si determini:

- (a) il versore tangente
- (b) La retta tangente e la retta normale di ciascuna delle curve associate alle seguenti rappresentazioni parametriche ([TF] capitolo 12.3).

|      |  |       |                                  |
|------|--|-------|----------------------------------|
| i.   | $(x(t), y(t)) = (3 \cos t, 3 \sin t);$     | ii.   | $(x(t), y(t)) = (e^t, t^2);$     |
| iii. | $(x(t), y(t)) = (\cos^3 t, \sin^3 t);$     | iv.   | $(x(t), y(t)) = (t, t^2);$       |
| v.   | $(x(t), y(t)) = (\cos 2t, 2 \cos t);$      | vi.   | $(x(t), y(t)) = (t^3/3, t^2/2);$ |
| vii. | $(x(t), y(t)) = (e^t \cos t, e^t \sin t);$ | viii. | $(x(t), y(t)) = (\cosh t, t);$   |

Per le seguenti curve si verifichi anche

- (c) se le curve sono piane;
- (d) si calcoli la lunghezza della curva tra  $t = 0$  e  $t = \pi$ ;
- (e) Il piano normale, quello osculatore e quello binormale;
- (f) la curvatura e l'equazione del cerchio osculatore.

|      |   |
|------|---|
| ix.  | $(x(t), y(t), z(t)) = (6 \sin 2t, 6 \cos 2t, 5t);$    |
| x.   | $(x(t), y(t), z(t)) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t);$ |
| xi.  | $(x(t), y(t), z(t)) = (3 \cosh 2t, 3 \sinh 2t, 6t);$  |
| xii. | $(x(t), y(t), z(t)) = (3t \cos t, 3t \sin t, 4t).$    |

2. Si determini la curvatura delle curve associate a ciascuna delle seguenti rappresentazioni parametriche:

- (a)  $y = a \cosh(x/a);$
- (b)  $y = \ln \cos x;$
- (c)  $y = e^{2x}$
- (d)  $\begin{cases} x(t) = a \cos^3 t \\ y(t) = a \sin^3 t \end{cases}$
- (e)  $\begin{cases} x(\theta) = a(\cos \theta + \theta \sin \theta) \\ y(\theta) = a(\sin \theta - \theta \cos \theta) \end{cases}$