

1. Si costruisca un polinomio f di grado 4 irriducibile su \mathbf{F}_2 . Si indichi con α una radice di f e con $\mathbf{F}_2[\alpha]$ il campo di spezzamento di f .
 - (a) Si calcolino tutte le radici primitive di $\mathbf{F}_2[\alpha]$.
 - (b) Si calcoli il logaritmo discreto di $\alpha^3 + \alpha$ in base $\alpha^2 + 1$.
 - (c) Quanti elementi può avere il campo di spezzamento di un generico polinomio di grado 4 su \mathbf{F}_2 ?

2. Sia \mathbf{F}_3 il campo finito con 3 elementi.
 - (a) Determinare tutti i polinomi irriducibili di grado 3 su \mathbf{F}_3 .
 - (b) Determinare tutti i polinomi primitivi di grado 3 su \mathbf{F}_3 .
 - (c) Si scelga un polinomio irriducibile $f(x)$ non primitivo del punto (a) e sia α una sua radice primitiva. Determinare tutte le radici primitive di $\mathbf{F}_3(\alpha)$.

3. Si costruisca un polinomio di grado 3 irriducibile su \mathbf{F}_7 .
 - (a) Si illustri il metodo per calcolare tutti i polinomi di grado tre irriducibili su \mathbf{F}_7 .
 - (b) Si dica quanti sono i polinomi primitivi su \mathbf{F}_7 spiegando la ragione della risposta.
 - (c) Quanti elementi può avere il campo di spezzamento di un generico polinomio di grado 3 su \mathbf{F}_7 ?

4. Si costruisca un polinomio f di grado 4 irriducibile su \mathbf{F}_2 . Si indichi con α una radice di f e con $\mathbf{F}_2[\alpha]$ il campo di spezzamento di f .
 - (a) Si calcolino tutte le radici primitive di $\mathbf{F}_2[\alpha]$.
 - (b) Si calcoli il logaritmo discreto di $\alpha^3 + \alpha$ in base $\alpha^2 + 1$.
 - (c) Quanti elementi può avere il campo di spezzamento di un generico polinomio di grado 4 su \mathbf{F}_2 ?