

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Data un'estensione E/F , si dica cosa significa che $\alpha \in E$ è algebrico su F e cosa è il polinomio minimo di α su F dimostrando che è irriducibile.

2. Descrivere gli elementi del gruppo di Galois del polinomio $(x^2 - 2)(x^2 + 3)$ determinando anche tutti i sottocampi del campo di spezzamento.

3. Dopo aver verificato che è algebrico, calcolare il polinomio minimo di $\cos \pi/12$ su \mathbf{Q} .

4. Quanti elementi ha il campo di spezzamento di $(x^2 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)$ su \mathbf{F}_2 ?

5. Dimostrare che se p è primo, $\cos 2\pi/p^2$ soddisfa un polinomio di grado $p(p-1)/2$ su \mathbf{Q} .

6. Mostrare che un'estensione di campi è finita se e solo se è algebrica e finitamente generata spiegando le nozioni di cui si parla.

7. Descrivere gli elementi del gruppo di Galois del campo di spezzamento di $x^n - 1$.

8. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

9. Calcolare la dimensione su \mathbf{Q} del campo di spezzamento del seguente polinomio $x^3 + x + 10$.

10. Dare un esempio di polinomio non separabile, un esempio di estensione algebrica normale e non separabile e di una separabile e non normale.

