*COGNOME* .......................... *NOME* .......................... *MATRICOLA* ..........................

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Calcolare il polinomio minimo su $\mathbf{Q}$, di $\zeta_9$.

2. Calcolare la dimensione $[\mathbf{Q}(5^{1/3}, 5^{1/2}, 5^{1/6}) : \mathbf{Q}]$.

3. Dopo aver dimostrato che è un estensione di Galois di $\mathbf{Q}$, determinare tutti i sottocampi di $\mathbf{Q}(\zeta_{16})$.

4. Elencare tutti i polinomi irriducibili (monici) di grado minore di 5 su $\mathbf{F}_2$.

5. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio $(x^2+2)(x^2+3)(x^2+5)$ elencando tutti i sottocampi del campo di spezzamento.

6. Dato un polinomio $f$, se ne definisca il discriminante e se ne illustrino le proprietà principali.

7. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio $(X+3)^4+5$.

8. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

9. Dopo aver definito la nozione di campo perfetto, si mostri che un campo di caratteristica zero è perfetto.

10. Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza e unicità per campi finiti.

11. Si calcoli il numero di elementi nel campo di spezzamento del polinomio $(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)(x^{15}+x^{10}+1)(x^{25}+5x^3+1)$ su $\mathbf{F}_5$.

12. Dimostrare che non è possibile costruire con riga e compasso un cerchio di area unitaria.

| NOME E COGNOME | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | TOT. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ...................... | | | | | | | | | | | | | |