TE1 AA02/03 (Teoria delle Equazioni) ESAME SCRITTO Roma, 19 Settembre 2003.

COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Quali possono essere tutti i possibili gruppi di Galois dei polinomi di grado tre su $\mathbf{Q}$ e su $\mathbf{F}_2$?

2. Dopo aver definito le nozioni di estensioni algebriche e trascendenti, dimostrare che un estensione di campi è finita solo se è algebrica.

3. Dopo aver dimostrato che è un estensione di Galois di $\mathbf{Q}$, determinare tutti i sottocampi di $\mathbf{Q}(\zeta_{13})$.

4. Calcolare quanti sono i polinomi irriducibili (monici) di grado 6 su $\mathbf{F}_7$.

5. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio $x^4 + 7$.

6. Definire la nozione di discriminante di un polinomio e spiegare come è possibile usare la derivata prima per calcolarlo.

7. Spiegare come si fa a costruire un polinomio il cui gruppo di Galois ciclico con n elementi.

8. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

9. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio $(x^3 + x + 1)$ sul campo finito $\mathbf{F}_3$.

10. Fornire due esempi distinti di campi finiti $\mathbf{F}_9$ con 9 elementi e costruire un isomorfismo tra i due.

11. Definire la nozione di sottogruppo transitivo di S_n ed elencare tutti i sottogruppi transitivi di S_3 e S_4.
12. Dopo aver enunciato la nozione di numero costruibile, dare dei cenni della dimostrazione che l'insieme dei numeri costruibili sono un campo.

NOME E COGNOME	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOT.
....													