

ESERCIZI DI TEORIA DI GALOIS

1. Per ciascuno dei seguenti polinomi si calcoli:
 - i. Il campo di spezzamento $\mathbf{Q}(f)$.
 - ii. Il gruppo di Galois $\text{Gal}(\mathbf{Q}(f)/\mathbf{Q})$.
 - iii. Tutti i sottocampi di $\mathbf{Q}(f)$ e per ciascuno di essi si dica se sono estensioni normali di \mathbf{Q} .
 - a. $f(t) = t^4 - 1$.
 - b. $f(t) = t^6 - 1$.
 - c. $f(t) = t^4 + 2t^2 - 15$.
 - d. $f(t) = t^6 - 27$.
 - e. $f(t) = t^3 - 5$.
 - f. $f(t) = t^4 - 2$.
 - g. $f(t) = t^6 + 2t^3 - 15$.
 - h. (difficile) $f(t) = t^a - 2$, $a \in \mathbf{N}$.

2. Si costruisca il campo di spezzamento $\mathbf{K}(f)$ dei seguenti polinomi con $\mathbf{K} = \mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_5$:
 - a. $f(t) = t^3 - t + 2$.
 - b. $f(t) = t^4 + 1$.
 - c. $f(t) = t^3 + t - 2 + 1$.