

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT.
.....										

1. Dimostrare che un estensione finita è necessariamente algebrica. Produrre un esempio di un estensione algebrica non finita.
2. Descrivere gli elementi del gruppo di Galois del polinomio $(x^5 - 2) \in \mathbf{Q}[x]$ determinando anche *alcuni* sottocampi del campo di spezzamento.
3. Dopo aver verificato che è algebrico, calcolare il polinomio minimo di $\cos \pi/9$ su \mathbf{Q} .
4. Si consideri $E = \mathbf{F}_3[\alpha]$ dove α è una radice del polinomio $X^2 + 1$. Determinare il polinomio minimo su \mathbf{F}_3 di $1/(\alpha + 2)$.
5. Descrivere il reticolo dei sottocampi di $\mathbf{Q}(\zeta_{11})$.
6. Descrivere la nozione di campo perfetto dimostrando che i campi finiti sono perfetti.
7. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.
8. Produrre un esempio di un polinomio di grado 3 il cui gruppo di Galois ha tre elementi giustificando la risposta.
9. Calcolare il polinomio minimo di $\zeta_{16} \in \mathbf{Q}(\zeta_{16})$ su $\mathbf{Q}(\sqrt{-1})$.