*COGNOME* .......................... *NOME* .......................... *MATRICOLA* ..........................

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

| FIRMA | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | TOT. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ........ | | | | | | | | | | |

1. Si calcoli il gruppo di Galois del polinomio $x^4 + 10x^2 - 4x + 2 \in \mathbf{Q}[x]$.

2. Determinare tutti i sottocampi del campo $\mathbf{Q}(\zeta_{17})$.

3. Descrivere la chiusura algebrica di $\mathbf{F}_7$ giustificando la risposta.

4. Dopo aver dimostrato che $\cos(\pi/8)$ è costruibile, se ne determini esplicitamente una costruzione.

5. Determinare almeno due valori distinti di $M$ tali che $\mathbf{Q}(\zeta_M)$ contiene un sottocampo con gruppo di Galois su $\mathbf{Q}$ isomorfo a $C_6 \times C_{12}$.

6. Dimostrare giustificando la risposta che se $p$ è primo allora $(x^{p^5} - x)/(x^p - x) \in \mathbf{F}_p[x]$ è il prodotto di tutti i polinomi irriducibili su $\mathbf{F}_p$ di grado 5.

7. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

8. Dimostrare che se $f$ è un polinomio a coefficienti razionali senza fattori multipli di grado $n$, allora $G_f \subset A_n$ se e solo se il discriminante di $f$ è un quadrato perfetto.

9. Calcolare il numero di elementi del campo di spezzamento del polinomio $(x^{2^8} - x)(x^8 + x^4 + 1)(x^{12} + x^4 + 1)(x^5 + x) \in \mathbf{F}_2[x]$.