

COGNOME ..... NOME ..... MATRICOLA .....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT.
.....										

1. Si descriva il campo di spezzamento e gli elementi del gruppo di Galois (specificando il numero di elementi) del polinomio  $(x^3 - 5)(x^2 + 1)(x^2 - 3) \in \mathbf{Q}[x]$ .

2. Si fornisca un esempio di campo ciclotomico che ammette almeno 5 sottocampi quadratici.

3. Sia  $\Omega/F$  un'estensione di campi. Dimostrare che l'insieme degli elementi di  $\Omega$  che sono algebrici su  $F$  è un campo.
4. Si fornisca una costruzione (in senso algebrico) del decagono regolare.
5. Dopo aver descritto la nozione di campo perfetto e averne elencato alcune proprietà, si dia un esempio di campo imperfetto.

6. Dimostrare che il gruppo di Galois di un campo finito è sempre ciclico.

7. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

8. Dimostrare la formula per calcolare il discriminante di  $X^3 + aX + b$ .

9. Calcolare il numero di polinomi quadratici irriducibili su  $\mathbf{F}_5$  e dopo averne scelti due distinti, si scriva un isomorfismo tra i rispettivi campi a gambo.