COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT.
....										

1. Calcolare il numero di elementi del gruppo di Galois su $\mathbf{Q}$ del polinomio $x^6 - 2$.

2. Calcolare il polinomio minimo su $\mathbf{Q}$, di $\big(2 - \cos(\pi/4)\big)^{1/2}$.

3. Dimostrare che un estensione di campi finita è necessariamente algebrica.

4. Costruire un'estensione F di Galois di $\mathbf{Q}$ tale che $\mathrm{Gal}(F/\mathbf{Q}) \simeq C_7 \times C_{14}$ spiegando la teoria usata.

5. Dimostrare che per ogni intero positivo n, esiste un polinomio a coefficienti interi che ammette S_n come gruppo di Galois.

6. Dimostrare che per ogni $q = p^n$ esiste un unico campo finito con q elementi.

7. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

8. Si dimosri che $\cos(\pi/24)$ è costruibile fornendo esplicitamente una costruzione.

9. Dopo aver calcolato il numero di polinomi irriducibili di grado 3 su $\mathbf{F}_3$, illustrare un esempio di campo finito $\mathbf{F}_{27}$ con 27 elementi determinando tutti i generatori del gruppo moltiplicativo $\mathbf{F}_{27}^*$.