COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT.
....									

1. Rispondere alle sequenti domande fornendo una giustificazione di una riga:

   a. È vero che se l'n–agono è costruibile allora lo è anche il $16 \cdot n$–agono?

   ....

   b. E' vero che dati due campi finiti F_1 e F_2 con lo stesso sottocampo fondamentale, è sempre possibile costruire un campo finito che contiene due sottocampi L_1 e L_2 con L_1 isomorfo a F_1 e L_2 isomorfo a F_2?

   ....

   c. É vero che esistono estensioni di grado arbitrariamente elevato che sono risolubili?

   ....

   d. Dare un esempio di estensione separabile e non normale e un esempio di estensione normale e non separabile.

   ....

2. Dimostrare che se un dominio di integrità R contiene un campo F e $\dim_F R$ è finita, allora R è un campo.

3. Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza di un campo di spezzamento di un polinomio a coefficienti in un campo.

4. Descrivere gli elementi del gruppo di Galois del polinomio $f(X) = (x+3)^5 + 1 \in \mathbf{Q}[X]$.

5. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio: $(x^4 - 2)(x^3 - 1) \in \mathbf{Q}[X]$.

6. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

7. Calcolare il grado del campo di spezzamento di $(X^{3^{11}} - X^{3^4})(X^{54} + X^{27} + 1)(X^{54} + 1) \in \mathbf{F}_3[X]$.

8. Dimostrare che il campo $\mathbf{Q}[\sqrt{5} + \sqrt{7}]$ è contenuto in un estensione ciclotomica di $\mathbf{Q}$.