TN510 Teoria dei Numeri
A.A. 2017/2018

Prof. Francesco Pappalardi

Introduzione alla Teoria analitica dei numeri

1. notazioni della teoria analitica dei numeri. La costante di Eulero, Il problema di Dirichlet per il numero medio di divisori di un intero, il metodo dell'iperbole. Teoremi di Chebichev. Teorema di Mertens.

2. Teorema di Dirichlet per primi in progressione aritmetica. La funzione $\zeta(s)$ reale, Il Teorema di Dirichlet per primi in progressione aritmetica, L-serie di Dirichlet $L(s,\chi)$, produttorie. Somme di Gauss, formula della somma di Poisson, applicazione alle di Gauss. Caratteri di Dirichlet, determinazione dei Caratteri esplicita, leggi di ortogonalit dei caratteri, il Teorema di Dirichlet nel caso generale. Estensione analitica a $s > 0$ della funzione $\zeta(s)$ e delle L-serie di Dirichlet. Dimostrazione di de la Valle Poussin che la L-serie non si annullano in $s = 1$ ($L(1,\chi) \neq 0$). Teorema di Mertens per primi in progressione aritmetica.

3. La funzione ζ di Riemann. L'articolo di Riemann e l'estensione analitica di $\zeta(s)$. Programma di Riemann per la dimostrazione del Teorema dei numeri primi. Dimostrazione di Riemann dell'equazione funzionale per $\zeta(s)$, zeri banali per $\zeta(s)$. Prodotti di Hadamard. Funzioni intere di ordine finito. Teorema di Hadamard per funzioni intere di ordine uno. Distribuzione degli zeri di funzioni intere di ordine uno. L'ordinata dello zero non banale pi piccolo di ζ è in valore assoluto maggiore di 6,5. Derivate logaritmiche della funzione $\xi(s)$. La serie dei reciproci degli zeri nella striscia critica. La funzione zeta non ha zeri sulla retta $\Re s = 1$. La funzione Gamma. Regione priva di zeri per ζ (Teorama di Hadamard - de La Valle Poussin 1896). La formula di von Mangoldt per $N(T)$.

4. Distribuzione dei primi La formula esplicita per la funzione $\psi(x)$, l'integrale discontinuo di Perron. Il Teorema dei numeri primi. Conseguenze dell'ipotesi di Riemann.

Testi consigliati

[1] Davenport, Harold, *Multiplicative number theory*. Graduate Texts in Mathematics, 74. Springer-Verlag, New York, (2000).

[2] Tenenbaum, Gérald, *Introduction to analytic and probabilistic number theory*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 46. Cambridge University Press, Cambridge, (1995).

Bibliografia supplementare

[3] Apostol, Tom, *Introduction to analytic number theory*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, (1976).

[4] Murty, M. Ram, *Problems in analytic number theory*. Graduate Texts in Mathematics, 206. Readings in Mathematics. Springer-Verlag, New York, (2001).

Modalità d'esame

- valutazione in itinere ("esoneri")		☐ SI	■ NO
- esame finale	scritto	☐ SI	■ NO
	orale	■ SI	☐ NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		■ SI	☐ NO

Gli studenti sono tenuti a presentare un seminario su un argomento attinente al corso.

Gli studenti devono consegnare le soluzioni di alcuni degli esercizi proposti durante il corso.