

IL PROGRAMMA DEL CONVEGNO

TEORIA ANALITICA DEI NUMERI

UNIVERSITÀ ROMA TRE, ROMA, MAGGIO 2009

1. Danilo Bazzanella, “Primi in intervalli di lunghezza logaritmica”

RIASSUNTO

Grazie ad una nuova maggiorazione dei momenti k -esimi dei primi in intervalli di lunghezza logaritmica nella forma

$$\sum_{p \leq X} \left(\psi(p + \lambda \log X) - \psi(p) \right)^k,$$

si dimostra che, per ogni $\lambda > 1/2$, esiste una porzione positiva di primi $p_n \leq X$ tali che $p_{n+1} - p_n \leq \lambda \log X$. Come conseguenza viene migliorato un risultato di Cheer e Goldston riguardo le costanti $\lambda > 1$ tali che

$$\left\{ m \leq X : (m, m + \lambda \log X] \text{ non contiene primi} \right\} \gg X.$$

Vengono inoltre presentati risultati riguardo i momenti della differenza tra primi consecutivi e riguardo la porzione positiva di interi $m \leq X$ tali che l'intervallo $(m, m + \lambda \log X]$ contiene almeno un numero primo. Vengono infine illustrati risultati condizionali ed incondizionali riguardo le costanti λ tali che esiste una porzione positiva di primi $p_n \leq X$ con $p_{n+1} - p_n > \lambda \log X$.

2. Giovanni Coppola, “Aspetti elementari delle somme di divisori in intervalli corti”

RIASSUNTO

Daremo stime dell'integrale di Selberg e dell'integrale di simmetria relativi a somme di divisori localizzati in range fissati; le stime che si ottengono sono uniformi, rispetto ai range fissati. I metodi utilizzati sono elementari (comparandoli pure a tecniche non elementari). Inoltre, nella seconda parte del seminario, mostreremo parte delle applicazioni, di tali stime uniformi: ad un approccio recente, al problema della simmetria, in intervalli corti, per vaste classi di f.a. (diciamo f). Questo è basato sul cosiddetto 'principio maggiorante' (positività della somma esponenziale di f).

3. Aleksandar Ivić, “I momenti della funzione zeta in intervalli corti”

RIASSUNTO

Si discutono i valori medi della funzione zeta di Riemann $\zeta(s)$ e si analizzano stime (superiori e inferiori) per l'integrale

$$\int_T^{T+H} |\zeta(\frac{1}{2} + it)|^{2k} dt \quad (k \in \mathbb{N} \text{ fisso}, 1 \ll H \leq T).$$

In particolare, viene presentata la nuova stima superiore che l'autore ha dimostrato sotto l'ipotesi di Riemann,

$$\int_T^{T+H} |\zeta(\frac{1}{2} + it)|^{2k} dt \ll H(\log T)^{k^2(1+O(1/\log_3 T))},$$

dove $\log_3 T = \log \log \log T$, $H = T^\theta$, $0 < \theta \leq 1$ è fisso e $k \in \mathbb{N}$ è anche fisso.

4. Alessandro Languasco, “Sul problema di Goldbach-Linnik”

RIASSUNTO

Il problema di Goldbach-Linnik riguarda la rappresentabilità di un intero come somma di due numeri primi e di k potenze di 2. In questo intervento presenterò alcuni risultati, ottenuti in collaborazione con J. Pintz e A. Zaccagnini, riguardanti la stima della cardinalità dell'insieme eccezionale di tale problema nel caso in cui $1 \leq k \leq 7$.

5. Giuseppe Molteni, “Risultati di molteplicità per l'equazione funzionale delle funzioni L di Dirichlet”

RIASSUNTO

Da tempo è noto che le uniche soluzioni nella classe di Selberg della equazione funzionale delle funzioni L di Dirichlet sono appunto tali funzioni. Classificare le soluzioni di tali equazioni significa quindi classificare i caratteri modulo q che danno origine alla medesima equazione funzionale. Esaminando l'equazione funzionale si vede immediatamente che ciò equivale al seguente problema: assegnato un carattere χ modulo q , determinare tutti i caratteri ψ per i quali si abbia $\tau(\psi) = \tau(\chi)$ e $\psi(-1) = \chi(-1)$, dove $\tau(\cdot)$ denota la somma di Gauss. Risultati ben noti mostrano che $\psi = \chi$ è l'unica possibilità nel caso in cui q sia un numero primo. Nel seminario si esporrà un efficace algoritmo che risolve completamente il problema per moduli q che siano potenze di primi. L'algoritmo consente inoltre di dimostrare risultati sul numero minimo e sul numero massimo di coincidenze che l'equazione $\tau(\psi) = \tau(\chi)$ ed il sistema $\tau(\psi) = \tau(\chi)$, $\psi(-1) = \chi(-1)$ può avere. I risultati sono poi estesi a moduli q composti ma aventi una particolare struttura moltiplicativa.

6. Francesco Pappalardi, “Enumerazione di estensioni quaternioniche”

RIASSUNTO

Proponiamo formule asintotiche o stime (sia dall'alto che dal basso) per il numero di estensioni biquadratiche di \mathbb{Q} che ammettono un'estensione quadratica L tale che L è Galois su \mathbb{Q} e $\text{Gal}(L/\mathbb{Q})$ è isomorfo a un gruppo dato (come ad esempio il gruppo dei Quaternioni). Il nostro metodo è basato sulla combinazione della Teoria di Legendre delle forme quadratiche ternarie e strumenti analitici tipo stime su somme esponenziali. Si tratta di un progetto in collaborazione con Florian Luca e Igor Shparlinski.

7. Alberto Perelli, “Twist non-lineari delle funzioni L ”

RIASSUNTO

Verrà presentata una panoramica della teoria dei twist non-lineari delle funzioni L e relative applicazioni, in particolare al problema della classificazione delle funzioni L .

8. Carlo Viola, “Risultati di irrazionalità per i polilogaritmi di numeri razionali”

RIASSUNTO

Il polilogaritmo di ordine k , definito nel disco unitario dalla serie di potenze $\text{Li}_k(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n/n^k$, trae origine dall'opera di Eulero ed è l'esempio più tipico di funzione G di Siegel. Esporrò recenti risultati di irrazionalità riguardanti il dilogaritmo, e indicherò brevemente come si possono estendere risultati di questo tipo al polilogaritmo di ordine > 2 .

9. Alessandro Zaccagnini, “Un problema diofanteo con due numeri primi e k potenze di 2”

RIASSUNTO

In questo lavoro con Alessandro Languasco abbiamo raffinato un risultato recente di Parsell (2003) sui valori della forma $\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \mu_1 2^{m_1} + \dots + \mu_s 2^{m_s}$, dove p_1 e p_2 sono numeri primi, m_1, \dots, m_s sono interi positivi, λ_1/λ_2 è negativo ed irrazionale e $\lambda_1/\mu_1, \lambda_2/\mu_2$ sono razionali. Si utilizza un'opportuna variante del metodo del cerchio di Hardy-Littlewood.