

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”
IN410 - INFORMATICA 2 “MODELLI DI CALCOLO”
A.A. 2016-2017
PROF. M. PEDICINI

ESONERO 2 DEL 01/06/2017 – TEMPO 2H30

Exercise 1. Sia $\mathbb{B} = \{0, 1\}$ l'insieme dei booleani. Sia $f : \mathbb{B}^3 \rightarrow \mathbb{B}^2$ la funzione che prende in input tre bit e restituisce il risultato dell'addizione dei tre bit (in binario) e l'eventuale riporto per la cifra successiva:

$$f(x, y, z) = (x + y + z, xy + xz + yz)$$

dove $+$ è la somma modulo 2.

(1) Mostrare che la funzione f è una funzione ricorsiva, se si considera $\mathbb{B} \subset \mathbb{N}$.

Sia n un numero fissato per tutto l'esercizio, e si considerino le sequenze binarie di lunghezza n , ricordare che le sequenze ammettono una funzione di codifica ricorsiva K_n con inversa ricorsiva.

(2) Mostrare la ricorsività della funzione $\text{App}^f(y', i) = y$ dove $y = K_n(x_1, \dots, x_n)$ e $y' = K_n(x_1, \dots, f(x_i) \dots, x_n)$ per una qualsiasi f funzione ricorsiva.

Al fine di mostrare che la funzione “successore” sulla rappresentazione binaria a n bit di un numero è ricorsiva,

(3) mostrare che la funzione

$$\text{BinSucc}((x_1, \dots, x_n), z, i) = (((x_1, \dots, x_i + z, \dots, x_n), x_i z)$$

è ricorsiva.

(4) Utilizzare l'applicazione iterata della funzione BinSucc per calcolare il successore dell'intero rappresentato da un n -upla di bit.

Exercise 2. Si consideri la rappresentazione delle liste (di lunghezza qualunque) nel lambda calcolo come generalizzazione degli interi di Church:

$$\begin{aligned} [] &= \lambda f \lambda x x \\ [t] &= \lambda f \lambda x ((f)t)x \\ [t_1, t_2] &= \lambda f \lambda x ((f)t_1)((f)t_2)x \\ &\vdots \\ [t_1, \dots, t_n] &= \lambda f \lambda x ((f)t_1) \dots ((f)t_n)x \end{aligned}$$

ed in particolare le liste di booleani come rappresentazione delle sequenze di bit.

Con le notazioni dell'esercizio precedente:

(1) Dare una rappresentazione nel lambda-calcolo per i booleani \mathbb{B} ;

(2) Dare una rappresentazione della funzione f ;

(3) Dare una rappresentazione per la funzione BinSucc ;

(4) Dare una rappresentazione per la funzione successore utilizzando le liste di booleani.