UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
IN410 - MODELLI DI CALCOLO
A.A. 2017-2018
PROF. M. PEDICINI

10/01/2018 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME ____________________ NOME ____________________ MATRICOLA ________________

Esercizio 1. *(1) Data una funzione $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ricorsiva, ricordare cosa si intende che f è costruibile in tempo.*

(2) Mostrare che se f è costruibile in tempo allora anche la funzione $g(x) = 2^{f(x)}$ è costruibile in tempo.

Esercizio 2. *Si consideri la rappresentazione*[1] *delle liste (di lunghezza qualunque) nel lambda calcolo come generalizzazione degli interi di Church:*

$$\begin{aligned}
[\,] &= \lambda f \lambda x x \\
[t] &= \lambda f \lambda x ((f)t)x \\
[t_1, t_2] &= \lambda f \lambda x ((f)t_1)((f)t_2)x \\
&\vdots \\
[t_1, \dots, t_n] &= \lambda f \lambda x ((f)t_1) \dots ((f)t_n)x
\end{aligned}$$

ed in particolare le liste di booleani come rappresentazione delle sequenze di bit.

(1) Definire una rappresentazione nel lambda-calcolo per i booleani 1 *(true),* 0 *(false);*
(2) Definire una rappresentazione nel lambda-calcolo per le operazioni di somma (xor) e prodotto (and) tra booleani;
(3) Definire una rappresentazione nel lambda-calcolo per le triple di lambda termini;
(4) Dare una rappresentazione della funzione

$$f(x, y, z) = (xy + z, xy + yz + 1)$$

definita sui booleani;

(5) Costruire il lambda termine che rappresenta la funzione g definita sulle liste di booleani:

$$g(b_1 \dots b_n) = \begin{cases} f(0,0,0) & n = 0 \\ f(b_1, 0, 0) & n = 1 \\ f(b_1, b_2, 0) & n = 2 \\ f(b_1, b_2, b_3) & n = 3 \\ f(b_1, b_2, g(b_3 \dots b_n)) & n > 3 \end{cases}$$

[1] in questo esercizio, per rappresentazione NON intendiamo rappresentazione forte

Esercizio 3. *Dato*

$$t = (((\lambda x \lambda y \lambda z ((x)(x)z)(z)y)\underline{2})(I)\lambda wz)(I)\lambda x(x)x$$

dove $\underline{2}$ *rappresenta un intero di Church e* I *il lambda termine identità*

- *Ridurre* t *alla sua forma normale, se esiste;*
- *Rappresentare* t *come grafo di condivisione (grafo sintattico).*