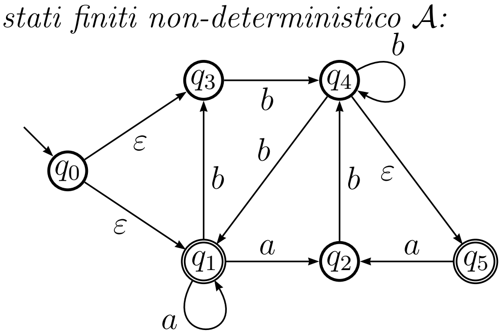
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
IN410 - MODELLI DI CALCOLO
A.A. 2017-2018
PROF. M. PEDICINI

APPELLO X-2016 E A-2017 DEL 24/01/2018 – TEMPO 3H00

COGNOME ______________________ NOME ______________________ MATRICOLA _________________

Esercizio 1. *Dato l'automa a stati finiti non-deterministico $\mathcal{A}$:*



(1) *fornire due parole: w_1 appartenete all'insieme deciso dall'automa e l'altra w_0, non apparente all'insieme deciso dall'automa;*
(2) *applicare la procedura di conversione da automa a stati finiti non-deterministici a quelli deterministici;*
(3) *per l'automa deterministico trovato al punto 2), calcolare l'automa a stati finiti in cui tutte le transizioni sono state invertite;*
(4) *se l'automa trovato al punto 3) è non deterministico, calcolare l'automa deterministico equivalente;*
(5) *ripetere i due passi precedenti sull'automa trovato al punto 4);*
(6) *se X è l'insieme deciso dall'ultimo automa trovato, dire se w_0 e w_1 indicate al punto 1) appartengono a X.*

Esercizio 2. *Sia $f(x_1, x_2)$ la funzione parziale definita sui naturali come $2x_1 - x_2$ se $x_1 \geq \sqrt{x_2}$ e indefinita, altrimenti.*

Mostrare che f è una funzione ricorsiva, esprimendola nei termini degli schemi e delle funzioni base della definizione di classe delle funzioni ricorsive.

Esercizio 3. *Ridurre i seguenti termini alla forma normale (se possibile) utilizzando la strategia di riduzione sinistra. Nel caso la forma normale non esista fornirne una dimostrazione.*

(1) $t_1 := \lambda z((\lambda x \lambda z(z)(x)z)\lambda f((z)z)f)\lambda xx$;
(2) $t_2 := (\lambda x \lambda y(\lambda g(((g)x)(g)x)(g)y)\lambda xx)\lambda x \lambda y((x)x)y$;
(3) *Dire se i termini t_1 e t_2 siano risolubili;*
(4) *Fornire gli alberi di Böhm dei due termini.*

Esercizio 4. *Supporremo nel seguito che t_i sia un generico lambda-termine e che le variabili $k, x, p \notin FV(t_i)$ per $i = 1, \dots, n$.*

Sia `emptylist` $= \lambda k \lambda x x$ *e dati* n *lambda-termini,* $t_1, t_2, \dots t_n$ *sia definita la notazione*

$$[t_1, t_2, \dots, t_n] := \lambda k \lambda x ((k)t_1)((k)t_2) \dots ((k)t_n)x.$$

(1) Dopo aver ricordato cosa si intende per rappresentabilità di funzioni nel lambda-calcolo fornire un lambda termine che rappresenta la funzione `map` *tale che per ogni termine* t *e per ogni termine* $l = [t_1, t_2, \dots, t_n]$ *si abbia*

$$((\texttt{map})t)[t_1, t_2, \dots, t_n] \equiv_\beta [(t)t_1, (t)t_2, \dots, (t)t_n].$$

(2) fornire inoltre un lambda termine che rappresenta la funzione `mapthread` *tale che per ogni termine* t *e per ogni coppia di termini* $l_1 = [t_1, t_2, \dots, t_n]$ *ed* $l_2 = [u_1, u_2, \dots, u_n]$ *si abbia*

$$(((\texttt{mapthread})t)l_1)l_2 \to_\beta [((t)t_1)u_1, \dots, ((t)t_n)u_n].$$

Esercizio 5. *È ovvio dalla definizione che una macchina di Turing è in grado di simulare la computazione di un automa a stati finiti. Supponiamo di definire la nozione di* automa trasduttore*, come un automa per il quale la funzione di transizione ha come valori coppie stato-simbolo:*

$$T : Q \times A \to Q \times A.$$

L'interpretazione dell'automa trasduttore tale che $T(q, a) = (q', a')$ *è che l'automa legge nella posizione corrente* a *e si trova nello stato* q*, passa allo stato* q' *e "scrive" in output il simbolo dell'alfabeto* a' *– dunque un automa trasduttore computa una funzione in modo simile a quello che fa una macchina di Turing.*

(1) Considerata la descrizione data dell'automa trasduttore, precisare una possibile nozione di algoritmo formale associato al "modello di calcolo" automa trasduttore;
(2) Definire un automa trasduttore per la funzione successore per gli interi rappresentati in binario (si prenda la parola che rappresenta il numero con uno zero nella cifra più significativa);
(3) Fornire una funzione di simulazione di automi trasduttori nelle macchine di Turing.