

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”  
 IN410 - MODELLI DI CALCOLO  
 A.A. 2017-2018  
 PROF. M. PEDICINI

08/11/2018 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

**Esercizio 1.** *Un intero  $x$  si scrive in base  $b > 1$  se vale l'uguaglianza*

$$x = \sum_{i=0}^d \alpha_i b^i$$

con  $\alpha_i \in \{0, 1, \dots, b-1\}$  e  $\alpha_d \neq 0$ ; in tal caso, la parola  $[x]_b = \alpha_d \alpha_{d-1} \dots \alpha_0$  di alfabeto  $A = \{0, 1, \dots, b-1\}$  si dice la rappresentazione di  $x$  in base  $b$ .

Dato un insieme  $X \subset \mathbb{N}$ , denotiamo con

$$[X]_b = \{[x]_b \mid x \in X\}$$

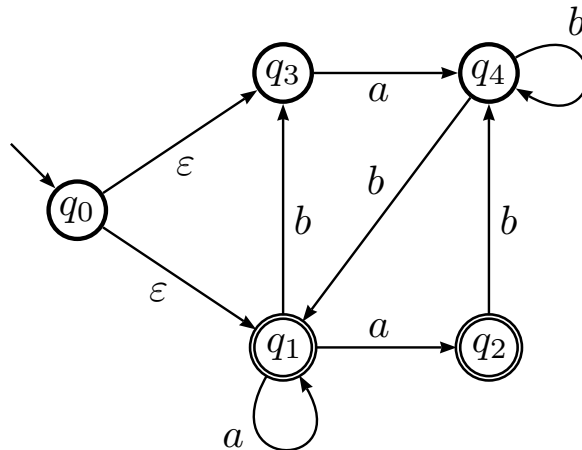
Un insieme  $X$  si dice  $b$ -automatico se  $[X]_b$  è DFA-decidibile (ovvero regolare).

Mostrare che:

- (1)  $X = \mathbb{N}$  è  $b$ -automatico per ogni intero  $b > 1$ .
- (2)  $X = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}\}$  è 2-automatico.
- (3)  $X = \{b^k \mid k \in \mathbb{N}\}$  è  $b$ -automatico.
- (4)  $X = \{x \in \mathbb{N} \mid [x]_2 \text{ contiene un numero dispari di } 1\}$  è 2-automatico.
- (5) (facoltativo)  $X = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}\}$  non è 3-automatico.

**Esercizio 2.** *Dopo aver ricordato la definizione della formula di esecuzione per un automa, dare la matrice  $M$  associata al seguente automa di alfabeto  $A = \{a, b\}$  e calcolarne la serie parziale  $S$  troncata al terzo termine:*

$$S = M^0 + M^1 + M^2$$



**Esercizio 3.** Si consideri una macchina di Turing  $\mu$  di alfabeto  $A = \{0, 1\}$  e sia

$$X = \{x \in A^* \mid \text{la computazione di } \mu \text{ associata a } x x^R \text{ termina}\}$$

dove  $x^R$  è la parola  $x$  invertita.

Mostrare che  $X$  è un insieme semidecidibile definendo esplicitamente la macchina  $\mu'$  che semidecide  $X$  in funzione della macchina  $\mu$ .