UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
A.A. 2019-2020
PROF. M. PEDICINI

13/01/2020 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME ______________________ NOME ______________________ MATRICOLA ________________

Esercizio 1. *(1) (3pti) Se t_0 e t_1 sono lambda-termini che rappresentano rispettivamente le funzioni f_1 ed f_2, dare un lambda-termine t che rappresenti la funzione definita per casi*

$$f(x,y) = \begin{cases} f_1(y) & \text{se } x \text{ è un booleano vero} \\ f_2(y) & \text{se } x \text{ è un booleano falso} \end{cases}$$

(2) (2pti) Mostrare che per ogni lambda-termine F esiste il termine X per cui $(F)X \simeq_\beta X$.

(3) (5pti) Mostrare che per ogni coppia di lambda termini F_1 ed F_2 esistono X_1 e X_2 per cui $X_1 \simeq_\beta ((F_1)X_1)X_2$ e $X_2 \simeq_\beta ((F_2)X_1)X_2$.

Esercizio 2. *Sia t il λ-termine*

$$t = \lambda f(f)\lambda x(f)\lambda yx$$

(1) (2 pti) Mostrare che

$$(t)I \simeq_\beta \mathsf{true}$$

dove $I = \lambda xx$.

(2) (2 pti) rappresentare $(t)I$ come grafo di condivisione (con archi orientati, livelli e lift);

(3) (5 pti) ridurre il grafo alla forma normale;

(4) (2 pti) mostrare la procedura di rilettura del λ-termine a partire dal grafo ottenuto.

Esercizio 3. *(1) Data una funzione $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, ricordare cosa si intende che f è costruibile in tempo.*

(2) (3 pti) costruire una macchina di Turing μ che su ogni parola w di lunghezza n si arresta esattamente in n^2 passi (ovvero per cui $T_\mu(w) = n^2$).

(3) (5 pti) derivare dalla macchina precedente un f-timer, dove $f = o(n\sqrt{n})$ (suggerimento: la somma dei primi quadrati è $0 + 1 + 4 + 9 + \cdots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$).

(4) (facoltativo) precisare la f al punto precedente.

(5) (2 pti) mostrare che per qualsiasi k la funzione $n^k\sqrt{n}$ è costruibile in tempo.