

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”
IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
A.A. 2020-2021
PROF. M. PEDICINI

11/01/2021 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esercizio 1. *Dati due insiemi A e B sia $X = A \oplus B$ l'unione disgiunta tra A e B .*

Sia $p : A \rightarrow A \oplus B$ e $q : B \rightarrow A \oplus B$ in modo che esistano p^ e q^* le rispettive funzioni inverse (parziali).*

- (1) Precisare l'operazione insiemistica di unione disgiunta;*
- (2) Posti $A = B = \mathbb{N}$ dare un'espressione ricorsiva per le quattro funzioni p , q , p^* e q^* .*
- (3) Si consideri al posto di $A \oplus B$ l'insieme \mathbb{N} , definire esplicitamente (mediante espressione ricorsiva) $p : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ e $q : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ in modo che $p(x) \neq q(x)$ per ogni $x \in \mathbb{N}$ e che p e q siano funzioni iniettive (parziali).*
- (4) Dare lo schema a blocchi delle espressioni ricorsive trovate.*

Esercizio 2. *(1) Mostrare che la funzione $f(x) := 5x^3 + x$ è costruibile in tempo.*

- (2) Trovare una classe di complessità separabile dalla classe $\text{DTIME}(f(x))$*

Esercizio 3. *(1) Si consideri il lambda termine $A := \lambda f \lambda g (g) f$ ricordare il lambda termine ϕ che rappresenta la funzione caratteristica della relazione \leq tra interi di Church e che utilizza A .*

- (2) Dare la riduzione di $((\phi)2)3$.*
- (3) Si consideri la seguente rappresentazione delle liste di termini:*

$$[] := \lambda k \lambda x x$$

$$[t_1, \dots, t_n] := \lambda k \lambda x ((k)t_1)((k)t_2) \dots ((k)t_n)x$$

Si chiede di determinare un termine A' analogo di A , e di definire utilizzando A' , la funzione caratteristica del confronto tra le lunghezze di due liste:

$$\mathbf{1}_{\leq}(l_1, l_2) = \begin{cases} \mathbf{true} & \text{se } |l_1| \leq |l_2| \\ \mathbf{false} & \text{se } |l_1| > |l_2| \end{cases}$$