

Esercizio 3. Sia f la seguente funzione

$$f(x) := \begin{cases} 3x + 1 & \text{se } x \text{ è pari} \\ x/2 & \text{se } x \text{ è dispari.} \end{cases}$$

- (1) Mostrare che f è una funzione ricorsiva (dare l'espressione ricorsiva corrispondente).
- (2) Definiamo $g(x)$ nel modo seguente:

$$g(x) := \begin{cases} k & \text{se } k \text{ è il primo valore per cui } f^k(x) = 1 \\ \perp & \text{se } f^k(x) \neq 1 \text{ per ogni } k. \end{cases}$$

Dimostrare che g è una funzione ricorsiva.

- (3) Dimostrare che g non è ricorsiva primitiva.

Esercizio 4. Sia X il seguente insieme di alfabeto binario $A = \{0, 1\}$:

$$X = \{u \cdot \bar{u} \mid u \in A^*\} \quad \text{dove } \bar{u} := \begin{cases} \varepsilon & \text{se } u = \varepsilon \\ \bar{v}a & \text{se } u = a \cdot v. \end{cases}$$

- (1) Fornire una macchina di Turing a due nastri che decide X .
- (2) Dare una funzione di complessità che migliora il tempo di arresto della macchina trovata.