

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”
 IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
 A.A. 2021-2022
 PROF. M. PEDICINI

ESONERO DEL 10/11/2021 – PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

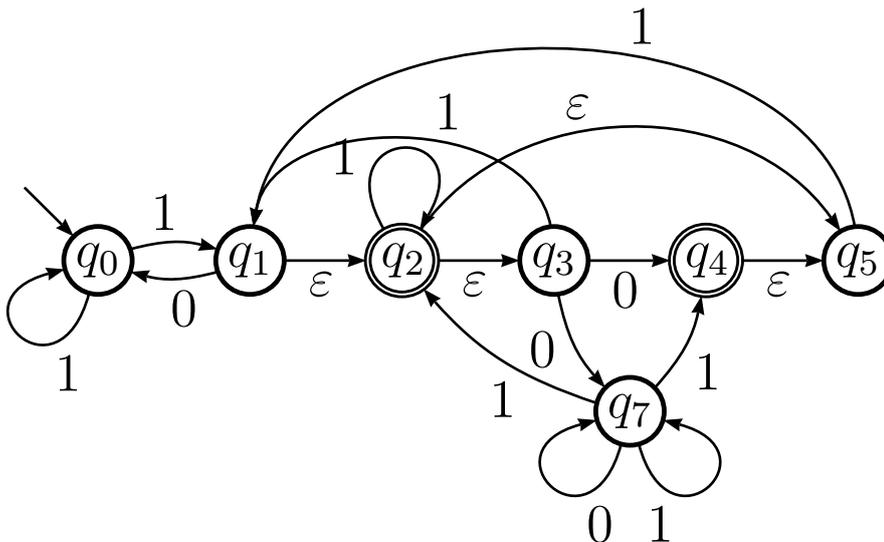
Esercizio 1. *Introduciamo la nozione di derivata per un qualsiasi insieme regolare $X \subset A^*$ rispetto ad una parola $u \in A^*$ come*

$$\partial_u X := \{v \mid u \cdot v \in X\}.$$

In pratica, è l'insieme delle parole $v \in A^$ che concatenate ad u forniscono una parola di X .*

- (1) *Dimostrare che se X è DFA-decidibile allora $\partial_a X$ con $a \in A$ è DFA-decidibile (costruire l'automa per $\partial_a X$ a partire da quello per X).*
- (2) *Dimostrare che se X è DFA-decidibile allora $\partial_\varepsilon X$ è DFA-decidibile (ε indica la parola vuota).*
- (3) *Dimostrare che se X è DFA-decidibile allora anche $\partial_u X$ è DFA-decidibile per ogni $u \in A^*$ (per induzione sulla lunghezza di u).*

Esercizio 2. *Dato il seguente automa non-deterministico:*



fornire un automa deterministico equivalente (ovvero, che riconosce lo stesso insieme).

Esercizio 3. Sia f la seguente funzione

$$f(x) := \begin{cases} 3x + 1 & \text{se } x \text{ è pari} \\ x/2 & \text{se } x \text{ è dispari.} \end{cases}$$

- (1) Mostrare che f è una funzione ricorsiva (dare l'espressione ricorsiva corrispondente).
- (2) Definiamo $g(x)$ nel modo seguente:

$$g(x) := \begin{cases} k & \text{se } k \text{ è il primo valore per cui } f^k(x) = 1 \\ \perp & \text{se } f^k(x) \neq 1 \text{ per ogni } k. \end{cases}$$

Dimostrare che g è una funzione ricorsiva.

- (3) Dimostrare che g non è ricorsiva primitiva.

Esercizio 4. Sia X il seguente insieme di alfabeto binario $A = \{0, 1\}$:

$$X = \{u \cdot \bar{u} \mid u \in A^*\} \quad \text{dove } \bar{u} := \begin{cases} \varepsilon & \text{se } u = \varepsilon \\ \bar{v}a & \text{se } u = a \cdot v. \end{cases}$$

- (1) Fornire una macchina di Turing a due nastri che decide X .
- (2) Dare una funzione di complessità che maggia il tempo di arresto della macchina trovata.