

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”
IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
A.A. 2021-2022
PROF. M. PEDICINI

12/01/2022 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

- Esercizio 1.** (1) Spiegare perché una funzione strettamente sublineare (ovvero tale che $f(n) < n$ per ogni n) non può essere costruibile in tempo;
- (2) Fornire due esempi di funzione sublineare (non strettamente, ovvero tale che $f(n) \leq n$ per ogni n) che sono costruibili in tempo;
- (3) Definire esplicitamente due macchine di Turing che mostrino che le funzioni fornite al punto precedente sono costruibili in tempo.

Esercizio 2. Sia f la seguente funzione

$$f(x) := \begin{cases} 3x + 1 & \text{se } x \text{ è dispari} \\ x/2 & \text{se } x \text{ è pari.} \end{cases}$$

- (1) Fornire un lambda termine F che rappresenta la funzione f .
- (2) Definire g nel modo seguente:

$$g(x) := \begin{cases} k & \text{se } k \text{ è il primo valore per cui } f^k(x) = 1 \\ \perp & \text{se } f^k(x) \neq 1 \text{ per ogni } k \end{cases}$$

dove $f^k(x)$ è x se $k = 0$ ed è $f(f^{k-1}(x))$ se $k > 0$.

Rappresentare g nel lambda calcolo.

(suggerimento scrivere il lambda termine che rappresenta l'iterazione di f fino a quando il risultato è 1, e risolvere l'equazione ricorsiva utilizzando il teorema di punto fisso).

- Esercizio 3.** (1) Sia $\delta := \lambda x(x)x$, $I := \lambda xx$ e $F := \lambda x(x)y$, dire se il termine $t = ((\delta)F)I$ è risolubile.
- (2) Calcolare la forma normale di t .
- (3) Trovare la più breve sequenza di riduzioni β_0 che porta alla forma normale.
- (4) Rappresentare t come sharing-graph (con gli archi orientati ed i livelli) e ridurre il grafo alla sua forma normale.
- (5) Confrontare il numero di passi di β -riduzione (al punto 3) con il numero di passi di β -annihilation (annihilation di un nodo applicazione con un nodo astrazione).
- (6) (facoltativo) effettuare il read-back (la rilettura) dal grafo in forma normale al lambda-termine.