

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”**  
**IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ**  
**A.A. 2021-2022**  
PROF. M. PEDICINI

12/01/2022 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

- Esercizio 1.** (1) Spiegare perché una funzione strettamente sublineare (ovvero tale che  $f(n) < n$  per ogni  $n$ ) non può essere costruibile in tempo;
- (2) Fornire due esempi di funzione sublineare (non strettamente, ovvero tale che  $f(n) \leq n$  per ogni  $n$ ) che sono costruibili in tempo;
- (3) Definire esplicitamente due macchine di Turing che mostrino che le funzioni fornite al punto precedente sono costruibili in tempo.

**Esercizio 2.** Sia  $f$  la seguente funzione

$$f(x) := \begin{cases} 3x + 1 & \text{se } x \text{ è dispari} \\ x/2 & \text{se } x \text{ è pari.} \end{cases}$$

- (1) Fornire un lambda termine  $F$  che rappresenta la funzione  $f$ .
- (2) Definire  $g$  nel modo seguente:

$$g(x) := \begin{cases} k & \text{se } k \text{ è il primo valore per cui } f^k(x) = 1 \\ \perp & \text{se } f^k(x) \neq 1 \text{ per ogni } k \end{cases}$$

dove  $f^k(x)$  è  $x$  se  $k = 0$  ed è  $f(f^{k-1}(x))$  se  $k > 0$ .

Rappresentare  $g$  nel lambda calcolo.

(suggerimento scrivere il lambda termine che rappresenta l'iterazione di  $f$  fino a quando il risultato è 1, e risolvere l'equazione ricorsiva utilizzando il teorema di punto fisso).

- Esercizio 3.** (1) Sia  $\delta := \lambda x(x)x$ ,  $I := \lambda xx$  e  $F := \lambda x(x)y$ , dire se il termine  $t = ((\delta)F)I$  è risolubile.
- (2) Calcolare la forma normale di  $t$ .
- (3) Trovare la più breve sequenza di riduzioni  $\beta_0$  che porta alla forma normale.
- (4) Rappresentare  $t$  come sharing-graph (con gli archi orientati ed i livelli) e ridurre il grafo alla sua forma normale.
- (5) Confrontare il numero di passi di  $\beta$ -riduzione (al punto 3) con il numero di passi di  $\beta$ -annihilation (annihilation di un nodo applicazione con un nodo astrazione).
- (6) (facoltativo) effettuare il read-back (la rilettura) dal grafo in forma normale al lambda-termine.