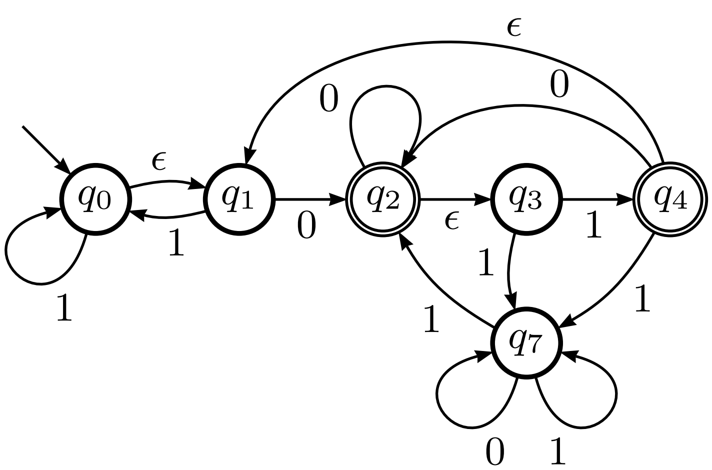
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"
IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
A.A. 2021-2022
PROF. M. PEDICINI

APPELLO A-2021 DEL 26/01/2022 – TEMPO 3H00

COGNOME ______________________ NOME ______________________ MATRICOLA ________________

Esercizio 1. *Dato il seguente automa non-deterministico. $\mathcal{A}$ di alfabeto $A = \{0, 1\}$:*



(1) *applicando la costruzione del teorema di equivalenza tra automi deterministici e automi non deterministici fornire un automa $\mathcal{A}'$ equivalente ad $\mathcal{A}$;*
(2) *rappresentare l'automa $\mathcal{A}'$ mediante la matrice di adiacenza $M(\mathcal{A}')$, specificando nel linguaggio delle serie formali gli elementi della matrice.*
(3) *Introduciamo la nozione di* derivata *per un qualsiasi insieme regolare $X \subset A^*$ rispetto ad una parola $u \in A^*$ come*

$$\partial_u X := \{v | u \cdot v \in X\}.$$

Descrivere in che modo si ottiene a partire da $\mathcal{A}'$ l'automa che decide l'insieme derivato $\partial_1 X_{\mathcal{A}}$ dove $X_{\mathcal{A}}$ è l'insieme deciso da $\mathcal{A}$.
(4) *calcolare la matrice di adiacenza dell'automa che decide $\partial_1 X_{\mathcal{A}}$,*
(5) *definire la generica operazione di derivazione $\partial_a X_{\mathcal{A}}$ per $a \in A$, direttamente a partire da una matrice di adiacenza di un automa. Se possibile descrivere la trasformazione da applicare alla matrice $M(\mathcal{A}')$ dipendente dal simbolo a in termini algebrici.*

Esercizio 2. (1) *Dimostrare che la funzione $p : \mathbb{N} \to \{0, 1\}$*

$$p(x) := \begin{cases} 1 & \text{se } x \text{ è un numero primo} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

è ricorsivo fornendo un'espressione ricorsiva che lo rappresenta.
(2) *Stabilire se p è ricorsiva primitiva. In caso affermativo, fornire un'espressione ricorsiva primitiva.*

(3) *Rappresentare p nel lambda calcolo (non è necessario darne una rappresentazione forte).*

Esercizio 3. (1) *Sia* $\delta := \lambda x(x)x$, $A := \lambda x \lambda y(x)y$ *e* $F := \lambda x(y)x$, *stabilire se il termine* $t = (\delta)(F)A$ *è risolubile.*

(2) *Calcolare la forma normale di* t *(se esite).*

(3) *Trovare la più breve sequenza di riduzioni* β_0 *che porta alla forma normale.*

(4) *Rappresentare* t *come sharing-graph (con gli archi orientati ed i livelli) e ridurre il grafo alla sua forma normale.*

(5) *Confrontare il numero di passi di* β*-riduzione (al punto 3) con il numero di passi di* β*-annihilation (annihilation di un nodo applicazione con un nodo astrazione).*

(6) *(facoltativo) effettuare il read-back (la rilettura) dal grafo in forma normale al lambda-termine.*