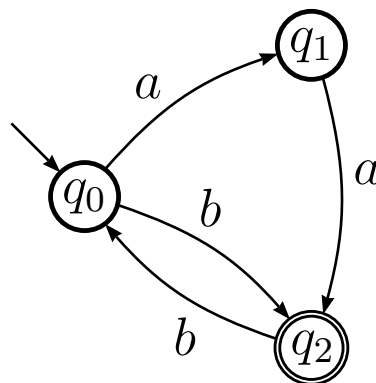


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”
IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
A.A. 2022-2023
PROF. M. PEDICINI

ESONERO DEL 08/11/2022 – PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esercizio 1. Si consideri il seguente automa di alfabeto $A = \{a, b\}$ e insieme degli stati $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$:



- (1) Scrivere la descrizione dell'automata in termini della tabella $T : Q \times A \rightarrow Q$ dello stato iniziale e dell'insieme F degli stati finali accettanti;
- (2) Dire se quello rappresentato sia un automa deterministico oppure un automa non deterministico, nel secondo caso applicare la procedura per calcolare l'automata deterministico equivalente;
- (3) Costruire l'espressione regolare corrispondente all'automata (deterministico) seguendo la procedura di conversione;
- (4) Calcolare la matrice M corrispondente all'automata deterministico calcolato, separare la matrice M in due matrici di adiacenza (con elementi 0/1) relative al grafo delle transizioni etichettate con a e quelle etichettate con b , in modo tale che:

$$M = aM_a + bM_b.$$

- (5) Calcolare $M_a^2, M_a^3, M_b^2, M_b^3$;
- (6) Calcolare, con l'aiuto del punto precedente, l'insieme X deciso dall'automata tramite la formula dell'esecuzione.

Esercizio 2. Fornire una macchina di Turing μ di alfabeto $A = \{1\}$ (unario) che decide l'insieme

$$X = \{1^n \mid n = 2^k \text{ per qualche } k\}.$$

Esercizio 3. Sia $A = \{0, 1\}$ l'alfabeto binario, per $w \in A^*$ sia $|w|_0$ (rispettivamente $|w|_1$) il numero di occorrenze dello 0 (rispettivamente dell'1) in w .

Si considerino i seguenti insiemi:

$$X = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$$

$$X' = \{0^n 1^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$$

$$Y = \{w \in A^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$$

Mostrare che:

- (1) X non è regolare poiché non soddisfa la condizione necessaria del Pumping Lemma;
- (2) X' è regolare poiché è interpretazione di un'espressione regolare (quale ?);
- (3) $X = X' \cap Y$;
- (4) Y non è regolare.