

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”**  
**IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ**  
**A.A. 2022-2023**  
PROF. M. PEDICINI

10/01/2023 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

- Esercizio 1.** (1) Spiegare perché una funzione strettamente sublineare (ovvero tale che  $f(n) < n$  per ogni  $n$ ) non può essere costruibile in tempo;
- (2) Costruire esplicitamente un  $f$ -timer (a due nastri di alfabeto binario) per la funzione

$$f(n) := \left\lfloor \frac{3}{2}n \right\rfloor;$$

- (3) Dedurre che la funzione  $g(n) := \left\lfloor \frac{3}{2}n^k \right\rfloor$  è costruibile in tempo per ogni intero  $k > 0$ .

- Esercizio 2.** (1) Mostrare che la funzione caratteristica  $\mathbf{1}_X$  dell'insieme  $X$  dei numeri primi è una funzione ricorsiva.
- (2) Fornire l'espressione ricorsiva di  $\mathbf{1}_X$  e delle eventuali funzioni ausiliarie utilizzate.

**Esercizio 3.** Sia  $f$  la seguente funzione

$$f(x) := \begin{cases} x^2 & \text{se } x \text{ è primo} \\ \lfloor x/2 \rfloor & \text{se } x \text{ è composto.} \end{cases}$$

- (1) Fornire un lambda termine  $F$  che rappresenta la funzione  $f$ .
- (2) Definire  $g$  nel modo seguente:

$$g(x) := \begin{cases} k & \text{se } k \text{ è il primo valore per cui } f^k(x) = 2 \\ \perp & \text{se } f^k(x) \neq 2 \text{ per ogni } k \end{cases}$$

dove  $f^k(x)$  è  $x$  se  $k = 0$  ed è  $f(f^{k-1}(x))$  se  $k > 0$ .

Rappresentare  $g$  nel lambda calcolo.

(suggerimento scrivere il lambda termine che rappresenta l'iterazione di  $f$  fino a quando il risultato non è 2, e risolvere l'equazione ricorsiva utilizzando il teorema di punto fisso).