

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”
IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
A.A. 2023-2024
PROF. M. PEDICINI

10/11/2023 PRIMA PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esercizio 1. Sia $n \in \mathbb{N}$, $A = \{0, 1\}$ e definiamo

$$X_n := \{w \in A^* \mid w = w'1w'', |w''| = n - 1\}$$

(parole che hanno 1 in posizione $|w| - n$).

- Mostrare che per ogni n , X_n è NDFA decidibile, da un automa con $n + 1$ stati (fornire l'automa).
- Fissato $n = 3$ determinare un automa deterministico che decide X_3 .

Esercizio 2. Con X_3 come nell'esercizio precedente,

- dare l'espressione regolare e_3 tale che $[[e_3]] = X_3$,
- generalizzare ad una famiglia di espressioni regolari e_n tale che $[[e_n]] = X_n$,

(la doppia parentesi quadra indica l'interpretazione insiemistica delle espressioni regolari).

Esercizio 3. Dati $X := \{0^k 1^{2k} \mid k \geq 0\}$ e $A := \{0, 1\}$.

- Fornire esplicitamente una macchina di Turing che mostra

$$X \in \text{DTIME}_1^A(c \cdot n^2), \text{ per qualche } c > 0.$$

- Mostrare inoltre che $X \notin \text{DTIME}_1^A(c \cdot n)$, per nessuna $c > 0$.