

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “ROMA TRE”
IN410 - CALCOLABILITÀ E COMPLESSITÀ
A.A. 2024-2025
PROF. M. PEDICINI

17/01/2025 PROVA IN ITINERE – DURATA 3H00

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esercizio 1. Sia t il λ -termine

$$t = \lambda x(\underline{2})(x)(y)x$$

dove gli interi sottolineati indicano i termini numerali di Church:

$$\underline{n} = \lambda f \lambda x \underbrace{(f) \dots (f)}_{n\text{-volte}} x$$

rispondere ai seguenti quesiti (motivando le risposte):

- (1) dire se il termine t sia in forma normale;
- (2) calcolare la forma normale (se esiste) di $(t)\delta$ dove $\delta := \lambda x(x)x$.
- (3) rappresentare $(t)\delta$ come grafo di condivisione;
- (4) ridurre il grafo alla forma normale;
- (5) mostrare la procedura di rilettura del λ -termine a partire dal grafo ottenuto.

Esercizio 2. (1) Spiegare perché una funzione che ha dei valori n per cui $f(n) < n$ non può essere costruibile in tempo.

- (2) Diremo che una funzione è quasi-costruibile in tempo se esiste un f' -timer ed $f'(n) = f(n)$ per ogni n tranne che per un numero finito di $n \in \mathbb{N}$.
- (3) Costruire esplicitamente un f -timer per la funzione

$$f(n) := 2n - 2;$$

- (4) Mostrare che la funzione

$$f(n) := 2n - 3$$

non è costruibile in tempo;

- (5) Dimostrare che ogni funzione $g_{(a,b)}(n) := an - b$ è quasi-costruibile in tempo per ogni coppia di interi $(a, b) \in \mathbb{N}^2$.

Esercizio 3. (facoltativo)

Definire una rappresentazione nel lambda calcolo per gli alberi binari [suggerimento: utilizzare l'idea di rappresentazione per le liste pensando ad un passo di iterazione con due possibili modi di proseguire].

- (1) definire i termini *root*, (risp. *right* e *left*) che estraggono la radice (risp. il sottoalbero destro e il sottoalbero sinistro) da un lambda termine che rappresenta un albero binario [suggerimento: modificare il termine per il calcolo di head/tail di liste].
- (2) definire un lambda-termine che rappresenta la funzione che calcola l'altezza dell'albero [non serve ridefinire il termine che confronta due interi di Church].