

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"  
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA  
IN3 - TEORIA DELL'INFORMAZIONE – A.A. 2007-2008  
M. PEDICINI

APPELLO A DEL 18/01/2008 – TEMPO 2H30

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

**Esercizio 1.** *Sia  $X$  un esempio di una variabile aleatoria binaria uniforme*

010 100 000 001 100 011 001 110  
010 100 001 111 110 001 001 001  
111 010 001 001 000 000 101 111  
101 101 100 010 000 101 000 111  
110 011 000 000 000 010 001 011  
011 111 001 000 001 110 000 011  
010 100 010 111 101 001 001 101  
100 010 000 101 111 011 111 010  
010 101 101 000 000 010 101 000  
001 101 101 010 110 101 110 110  
101 110 110 000 100 011 010 110  
011 000 011 101 101 101 100 001  
000 000 011 111 010 100 001 111  
001 100 011 001 111 010 100 100  
000 001 011 010 011 101 011 010  
110 011 100 100 011 100 001 100  
000 110 011 000 010 101 111 101  
100 100 001 000 110 111 101 101  
111 001 111 110 000 010 101 101  
011 100 001 111 010 000 101 001

*Codificare con l'algoritmo Lempel-Ziv i primi 30 elementi di  $X$ .*

**Esercizio 2.** *Sia dato un alfabeto a 15 simboli con probabilità*

$$P(A) = P(B) = P(C) = 1/4;$$

$$P(D) = P(E) = P(F) = P(G) = P(H) = 1/40;$$

$$P(I) = P(L) = P(M) = P(N) = P(O) = P(Q) = P(R) = 1/56.$$

*Si determini:*

- (1) *una codifica binaria ottimale dell'alfabeto dato secondo Huffman;*
- (2) *la lunghezza media del codice trovato;*
- (3) *l'entropia dell'alfabeto;*
- (4) *l'informazione trasportata dal I, II, III, IV simbolo per la lettera R e per la lettera H, nel caso che i simboli dell'alfabeto siano codificati con codice binario a blocco con parole tutte di lunghezza 4;*
- (5) *l'informazione trasportata dai vari simboli per la lettera R e per la lettera H, nel caso che i simboli dell'alfabeto siano codificati con codice binario secondo Huffman.*

**Esercizio 3.** Siano  $X = Y = \{0, 1, 2, 3\}$  gli alfabeti di input/output di un canale senza memoria con matrice di probabilità di transizione:

$$W = \begin{pmatrix} 1 - \epsilon & \epsilon & 0 & 0 \\ \epsilon & 1 - \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \delta & \delta \\ 0 & 0 & \delta & 1 - \delta \end{pmatrix}$$

- (1) disegnare il diagramma di transizione associato al canale  $W$ ;
- (2) calcolare la capacità del canale quando  $\epsilon = \delta = 1/2$ ;
- (3) se  $p(x)$  è una distribuzione di probabilità su  $X$  con

$$p(0) + p(1) = \alpha \text{ e } p(2) + p(3) = 1 - \alpha$$

mostrare che la mutua informazione tra input  $X$  ed output  $Y$  di  $W$  si può scrivere come

$$I(X; Y) = H(\alpha) + \alpha I(X; Y|X_1) + (1 - \alpha) I(X; Y|X_2)$$