

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"  
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA  
IN3 - TEORIA DELL'INFORMAZIONE - A.A. 2008-2009  
M. PEDICINI

ESONERO DEL 6/11/2007 - TEMPO 2H00

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

**Esercizio 1.** Data una matrice  $k \times n$   $G$  con elementi in  $\{0, 1\}^{k \times n}$ , che genera un codice lineare

$$C = \{G \cdot x \mid x \in \{0, 1\}^n\}.$$

a) Mostrare che è sempre possibile trovare una matrice  $n \times m$ ,  $H$  tale che

$$C = \{y \mid y \cdot H = 0\}.$$

b) Fornire il tasso di trasmissione (rate) di un codice di Hamming con blocco di lunghezza  $2^l - 1$ .

c) Mostrare che se  $C$  è un codice che corregge  $t$ -errori in  $\{0, 1\}^n$  allora  $|C| \leq 2^n / Vol(n, t)$  dove

$$Vol(n, t) = \sum_{i=1}^t \binom{n}{i}.$$

**Esercizio 2.** Decodificare la seguente sequenza binaria ottenuta tramite l'algoritmo Lempel-Ziv.

010 100 000 001 100 011 001 110  
010 100 001 111 110 001 001 001  
111 010 001 001 000 000 101 111  
101 101 100 010 000 101 000 111  
110 011 000 000 000 010 001 011  
011 111 001 000 001 110 000 011

**Esercizio 3.** Trovare un codice simbolico ottimale per il seguente alfabeto:

$$\mathcal{A}_X = \{a, b, c, d, e, f, g\},$$

$$\mathcal{P}_X = \{0.01, 0.14, 0.05, 0.30, 0.47, 0.01, 0.02\}.$$

Calcolare  $H(X)$  e confrontarlo con la lunghezza attesa  $L(C, X)$  del codice trovato.