

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI "ROMA TRE"  
CORSO DI STUDI IN MATEMATICA  
IN420 - TEORIA DELL'INFORMAZIONE – A.A. 2015-2016  
M. PEDICINI

ESONERO DEL 21/12/2015 – TEMPO 2H00

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

- Esercizio 1.** (1) Descrivere la procedura di compressione di Lempel-Ziv adattata all'alfabeto ternario  $\mathcal{A} = \{0, 1, 2\}$ <sup>1</sup>.  
(2) Decodificare la seguente sequenza di alfabeto  $\mathcal{A}$  codificata utilizzando l'algoritmo Lempel-Ziv adattato:

(0)00102021102112011010022010010021001.

**Esercizio 2.** Calcolare l'intervallo corrispondente alla sequenza 221314 in un codice aritmetico per l'alfabeto  $\mathcal{A}_X = \{1, 2, 3, 4\}$  dove la distribuzione  $p_X$  sull'alfabeto sia costante (ma non uniforme) rispetto al flusso di simboli:  $p_X = \{1/2, 1/4, 1/16, 3/16\}$ .

**Esercizio 3.** Si consideri un canale di comunicazione asimmetrico il cui alfabeto di ingresso sia binario  $\mathcal{A}_X = \{0, 1\}$  con distribuzione uniforme  $p_X(x = 0) = \frac{1}{2}$  e in cui anche l'alfabeto di uscita  $\mathcal{A}_Y$  è binario, ma con distribuzione asimmetrica determinata dal canale: in cui un input 0 è ricevuto come 1 con probabilità  $\alpha$ , e l'input 1 viene trasmesso errato con probabilità  $\beta$ , risultando così in una matrice di transizione per il canale

$$p(y_k|x_j) = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ \beta & 1 - \beta \end{pmatrix}.$$

- (1) Determinare la distribuzione sull'alfabeto di uscita  $p_Y$ .
- (2) Determinare i valori di  $\alpha$  e  $\beta$  che massimizzano la mutua informazione ottenuta sul canale, e calcolare la capacità del canale.
- (3) Calcolare i valori di  $\alpha$  e  $\beta$  che minimizzano la mutua informazione sul canale.

---

<sup>1</sup>Nota bene: va utilizzato l'alfabeto ternario anche per rappresentare i puntatori.