

Università degli studi di Roma Tre
Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2005/2006
TN1- Introduzione alla teoria dei numeri
Esercizi
9 marzo 2006

1. Trovare al variare di λ le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} 4X + \lambda Y \equiv 2 \pmod{5} \\ 2X + 3Y \equiv 3 \pmod{5} \end{cases}$$

2. Trovare le soluzioni dei seguenti sistemi:

(a)

$$\begin{cases} 2X + 4Y \equiv 5 \pmod{7} \\ 4X + Y \equiv 3 \pmod{7} \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} X + Y \equiv 0 \pmod{7} \\ X + 5Y \equiv \lambda \pmod{7} \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} 34X + 234Y \equiv 345 \pmod{3} \\ 25X + 345Y \equiv 432 \pmod{3} \end{cases}$$

3. Risolvere le seguenti congruenze:

(a) $X^2 + 2X + 6 \equiv 0 \pmod{49}$

(b) $X^8 + X^7 + X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 \equiv 0 \pmod{9}$

(c) $X^3 - 6X^2 + 11X - 6 \equiv 0 \pmod{20}$

4. Calcolare il resto della divisione per 13 di $10^{60} \times 7^{38}$

5. Mostrare che se a è primo con 231 allora $231|a^{30} - 1$

6. Mostrare che per ogni intero non nullo n , si ha $10^{10^n} \equiv 4 \pmod{7}$