

**Università degli studi di Roma Tre**  
**Corso di Laurea Triennale in Matematica, a.a. 2005/2006**  
**TN1- Introduzione alla teoria dei numeri**  
**Esercizi**  
23 marzo 2006

1. Mostrare che se  $r$  è una radice primitiva modulo  $n$ , allora:

$$1 + r + r^2 + \dots + r^{\phi(n)-1} \equiv 0 \pmod{n}.$$

2. Determinare per quali valori di  $a$  la congruenza

$$8X^5 \equiv a \pmod{17}$$

è risolubile. Per ogni valore di  $a$  per il quale la congruenza è risolubile determinare le soluzioni ( $\pmod{17}$ ).

3. Determinare le eventuali soluzioni della congruenza:

$$2^X \equiv X \pmod{13}.$$

4. Trovare tutte le radici primitive modulo il primo  $p$ , con  $p = 7, 13, 23, 41$ .
5. Determinare per quali valori di  $a$  la congruenza nell'indeterminata  $X$

$$7^X \equiv a \pmod{17}$$

è risolubile. Per ogni valore di  $a$ , per il quale la congruenza è risolubile determinare le soluzioni.

6. Determinare per quali valori di  $a$  la congruenza:

$$9X^8 \equiv a \pmod{14}$$

è risolubile. Per ciascuno dei valori di  $a$  per il quale la congruenza è risolubile, determinare le soluzioni della congruenza.