

*Relazione Finale in*  
**Matematica e Didattica della Matematica**

***“L’INCONTRO CON LA MATEMATICA  
IN CLASSE PRIMA”***



**Relatore**  
**Professoressa**  
**Ana María Millán Gasca**

**Correlatore**  
**Dottoressa**  
**Viviana Rossanese**

**Laureanda**  
**Alessia De Castro**  
**Anno accademico 2008-2009**

# I NUMERI NATURALI E LE CONCEZIONI NUMERICHE INGENUE DEI BAMBINI

➤ **PRINCIPALI PROPRIETÀ MATEMATICHE DEI NUMERI NATURALI**

➤ **IL CONCETTO DI NUMERO**

➤ **LA CONTA E IL CONTARE**

➤ **L'ORGANIZZAZIONE DELLE CONCEZIONI  
NUMERICHE INGENUE NEL BAMBINO**

➤ **GUARDARE OLTRE  
IL SISTEMA DI SCRITTURA  
DEI NUMERI**



# IL PROGETTO

## Finalità

- Stimolare un atteggiamento positivo nei bambini rispetto alla matematica;
- Rafforzare l'intimità con i numeri dei bambini;
- Sviluppare **il concetto di numero su vari piani**
  - ✓orale (numerali)
  - ✓grafico-simbolico (cifre e simboli numerici)
  - ✓operativo (contare e subitizing/operazioni algebriche/calcolo)

•Sviluppare il concetto di numero **in relazione ai molti valori** del numero:

- ✓sequenza numerica
- ✓valore cardinale
- ✓valore ordinale
- ✓uso nella misura
- ✓uso come codice;
- Stimolare nel bambino la ricerca di soluzioni e strategie di soluzione attraverso la proposta di problemi stimolanti.



# Aspetti trasversali

- Il passaggio dal concreto all'astratto in matematica
  - L'errore nell'apprendimento della matematica
    - Il linguaggio della matematica: parole e simboli
      - Il calcolo mentale
        - Eseguire algoritmi
          - La risoluzione dei problemi: strategie
            - L'espressione orale di un ragionamento sui numeri
              - L'organizzazione sul quaderno del lavoro matematico



# Fasi del progetto

- Fase di osservazione

- Programmazione e attività



# 1ª UNITÀ DIDATTICA

**“PRENDIAMOCI PIÙ CONFIDENZA  
CON I NUMERI:  
CONOSCIAMONE VARI ASPETTI”**



	INCONTRI	ATTIVITÀ	ORE
	1°	<u>ESPLORAZIONE DELLE CONCEZIONI NUMERICHE INGENUE</u>	3
	2°	<u>Un mondo di numeri</u> <i>Numeri per...</i>	3
	3°	<u>Numeri ovunque</u> <u>Numeri come fratellini</u> <i>Passaggio alla rappresentazione simbolico-grafica</i> <u>Numeri e parole</u>	3
	4°	<u>Le cifre</u> <u>Contiamo il ritmo</u> <i>Lo zero *</i>	2
	5°	<u>Numeri per ordinare</u>	3
	6°	<u>Numeri per misurare</u> <u>Numeri figurati triangolari</u> <u>Numeri figurati quadrati **</u>	3
	7°	<u>I quadratini</u> <u>Un rompicapo</u>	3
	8°	<b>Verifica</b>	3

# 2<sup>a</sup> UNITÀ DIDATTICA

## “CONOSCIAMO IL SISTEMA DI NUMERAZIONE POSIZIONALE”



INCONTRI	ATTIVITÀ	ORE
9°	<i>Costruiamo la linea dei numeri</i> <i>Gara sulla linea dei numeri</i> <i><u>Per costruirla ancora più lunga?</u></i>	3
10°	<i><u>Diversi modi di rappresentare il numero sulla</u></i> <i><u>linea dei numeri</u></i> <i><u>La linea dei numeri sul nostro quaderno</u></i> <i>Addobbiamo la linea dei numeri</i>	3
11°	<i><u>I simboli matematici <math>&gt;</math>, <math>&lt;</math>, <math>=</math></u></i> <i><u>Ci divertiamo un n po' numerando</u></i>	3
12°	<i><u>Riflessioni sullo zero</u></i> <i>Usiamo i regoli: componere i numeri oltre la decina</i>	3
13°	<i><u>Un po' di storia sui numeri</u></i>	2
14°	<b>Verifica</b>	3

# 3<sup>a</sup> UNITÀ DIDATTICA

## “OPERIAMO”



INCONTRI	ATTIVITÀ	ORE
15°	<u>Il “gioco dell’oca”</u> <i>Parliamo dell’addizione</i>	3
16°	<i>Troviamo soluzioni</i> <u>Proviamo a fare semplici addizioni</u> <i>Facciamo matematica incrociando le braccia</i> <i>Completiamo le operazioni</i>	3
17°	<u>Indovinelli cantando</u> <u>Una questione un po’ rompicapo</u>	3
18°	<i>Problema da discutere oralmente</i> <u>Una fiaba per calcolare</u>	3
19°	<b>Verifica</b>	2
20°	<b>Verifica sommativa</b>	3

## PUNTI DI FORZA

- ✓ Maggiore consapevolezza dell'insegnamento di questa disciplina in classe prima
- ✓ In luce l'importanza della capacità di mettersi in discussione e della formazione continua
- ✓ Acquisizione del concetto astratto di numero su vari piani e in relazioni ai molti valori del numero
- ✓ Motivazione e divertimento nell'apprendere: proposta di problemi o quesiti stimolanti, dialogo, gioco (di movimento, di gruppo, di calcolo mentale, con modelli concreti del concetto astratto di numero, musicali, di percezione visiva), introduzione ai numeri "grandi"...
- ✓ Utilizzo dell'errore come indicatore



## PUNTI DI DEBOLEZZA

- ✓ Tanti aspetti matematici da chiarire
- ✓ Limiti legati alla necessità di possedere tempi più ampi per approfondire l'aspetto grafico-simbolico
- ✓ Difficoltà iniziali con l'insegnate accogliente che "aveva paura" di spingere i bambini oltre le loro evidenti capacità

# ALLEGATI



- ✓ Intervista all'insegnante
- ✓ Analisi del libro di testo
- ✓ Osservazione di alcune attività che l'insegnante fa svolgere alla classe
- ✓ Esplorazione delle concezioni numeriche ingenuie (*“rapporto di intimità con i numeri”*)
- ✓ Rilevamento della motivazione e dell'atteggiamento verso la matematica



- usare le principali categorie topologiche
- identificare e rappresentare figure geometriche
  - orientarsi nello spazio vissuto e nello spazio grafico
  - localizzare oggetti nello spazio fisico
- confrontare e ordinare oggetti ed eventi
  - stabilire relazioni d'ordine tra due o più elementi
  - realizzare sequenze secondo regolarità stabilite
  - esercitare la capacità percettiva al fine di individuare somiglianze e differenze
  - riconoscere forme, colori, dimensioni e spessori
- utilizzare correttamente linguaggi logici
  - comprendere il significato dei connettivi logici e dei quantificatori
  - confrontare e seriare oggetti secondo un determinato criterio
  - riconoscere e rappresentare relazioni
- istituire la corrispondenza biunivoca tra elementi di due insiemi
  - confrontare quantità
  - cogliere la relazione di equipotenza
- **utilizzare i numeri nella vita quotidiana**
- confrontare e ordinare oggetti ed eventi
  - leggere e scrivere i numeri naturali sia in cifre sia in parole
  - conoscere e utilizzare i numeri naturali in contesti diversi
  - usare il numero per contare, confrontare e ordinare raggruppamenti di oggetti
  - contare in senso progressivo e regressivo
  - comprendere e rappresentare il concetto di insieme-unione

- ✓ In relazione al lavoro svolto e alla visione dell'insegnante
- ✓ Utilizzo della strategia del dialogo con il gruppo classe
- ✓ Utilizzo dell'errore come indicatore
- ✓ Attività con consegna
- ✓ Proposta di problemi o quesiti stimolanti la ricerca di soluzioni e strategie di soluzione
- ✓ Racconti fantastici e di vita reale che sollecitino nei bambini la curiosità di trovare risposte a quesiti che richiedono calcoli
- ✓ Utilizzo del gioco: di movimento, con il gruppo classe, a piccoli gruppi, di calcolo mentale, musicali e di percezione visiva
- ✓ Momenti di attività individuali
- ✓ Utilizzo di vari spazi: aula, atrio, cortile, palestra
- ✓ Utilizzo di modelli concreti del concetto astratto di numero
- ✓ Rispetto della gradualità dei passaggi

*“Perché vi piace la matematica?”*

*“A me piace perché  
in matematica si dice sempre la verità.”*



TORNA

*“Ma tanto io lo so perché il mio esempio non va bene! La maestra non vuole che arrivo fino a dieci... Ma tanto io già sono capace!”*



TORNA

# “Un mondo di numeri”

dal libro *1, 2 e 3 canta insieme a me*, di Dattolico R. -  
Crivellente G., Mela Music, Verona, 2003

Due orecchie ha il gattino  
due ali ha il moscerino  
due occhietti ha l'uccellino  
due pinne ha il delfino.

Quattro zampe ha il cagnolino  
ne ha quattro il puledrino  
quattro anche il maialino  
solo due ne ha il pulcino.

Sei zampe ha la coccinella  
ne ha otto lo scorpione  
il millepiedi ha tante zampe  
forse cento o chissà quante.

Ha un becco la gallina  
ne ha uno anche l'ochetta  
ha un becco il pappagallo  
ne ha uno anche il gallo.

*Oh, oh, oh, oh*  
*oh, oh, oh*  
*un mondo di numeri*  
*un mondo di numeri!*



# “Scopriamo i numeri”

dal libro *1, 2 e 3 canta insieme a me*, di Dattolico R. -  
Crivellente G., Mela Music, Verona, 2003



Ho due occhi, una boccuccia  
un naso un po' piccino  
due guancine, due braccine  
e due mani piccoline.

Ogni mano ha cinque dita  
sembra una margherita  
ho due gambe, due piedini  
dieci sono i miei ditini.

## **Ritornello:**

*Se mi guardo intorno  
come per magia  
scopro i numeri  
grandi e piccini  
son davvero tanti  
sono tutti importanti.*

Mio fratello piccolino  
ha un anno e un dentino

.....

TORNA

# “Cantiamo i numeri”

dal libro *1, 2 e 3 canta insieme a me*, di Dattolico R. -  
Crivellente G., Mela Music, Verona, 2003

Uno, due, tre  
vi presento il re  
uno, due, tre,  
la regina fa il caffè.  
Quattro, cinque, sei  
cavalli e cortei  
quattro, cinque, sei  
i baffi sono miei

## **Ritornello:**

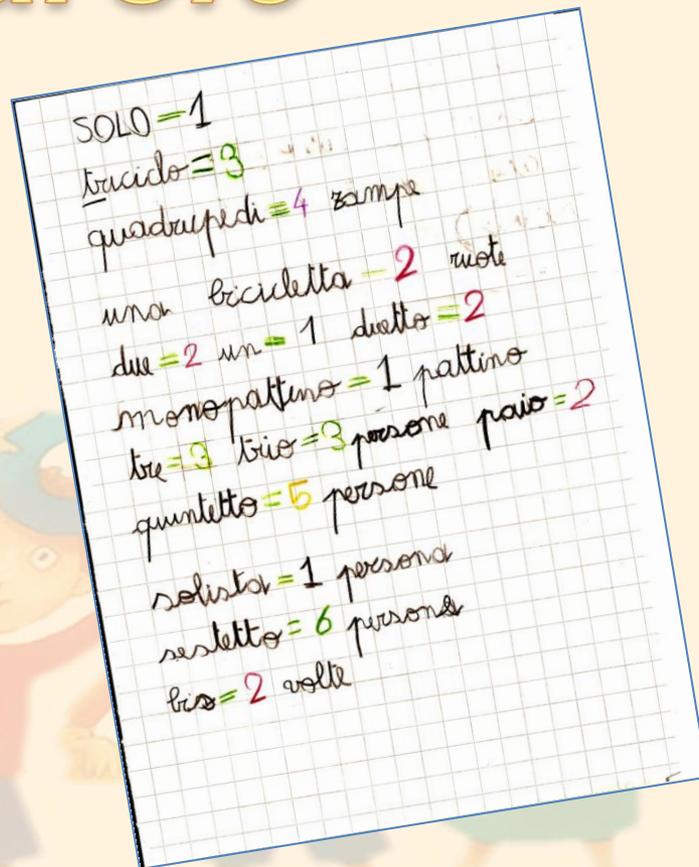
*I numeri son carini*

*come tanti fratellini  
giocano, cantano  
si danno la mano  
ridono, saltano  
fanno baccano.*

.....



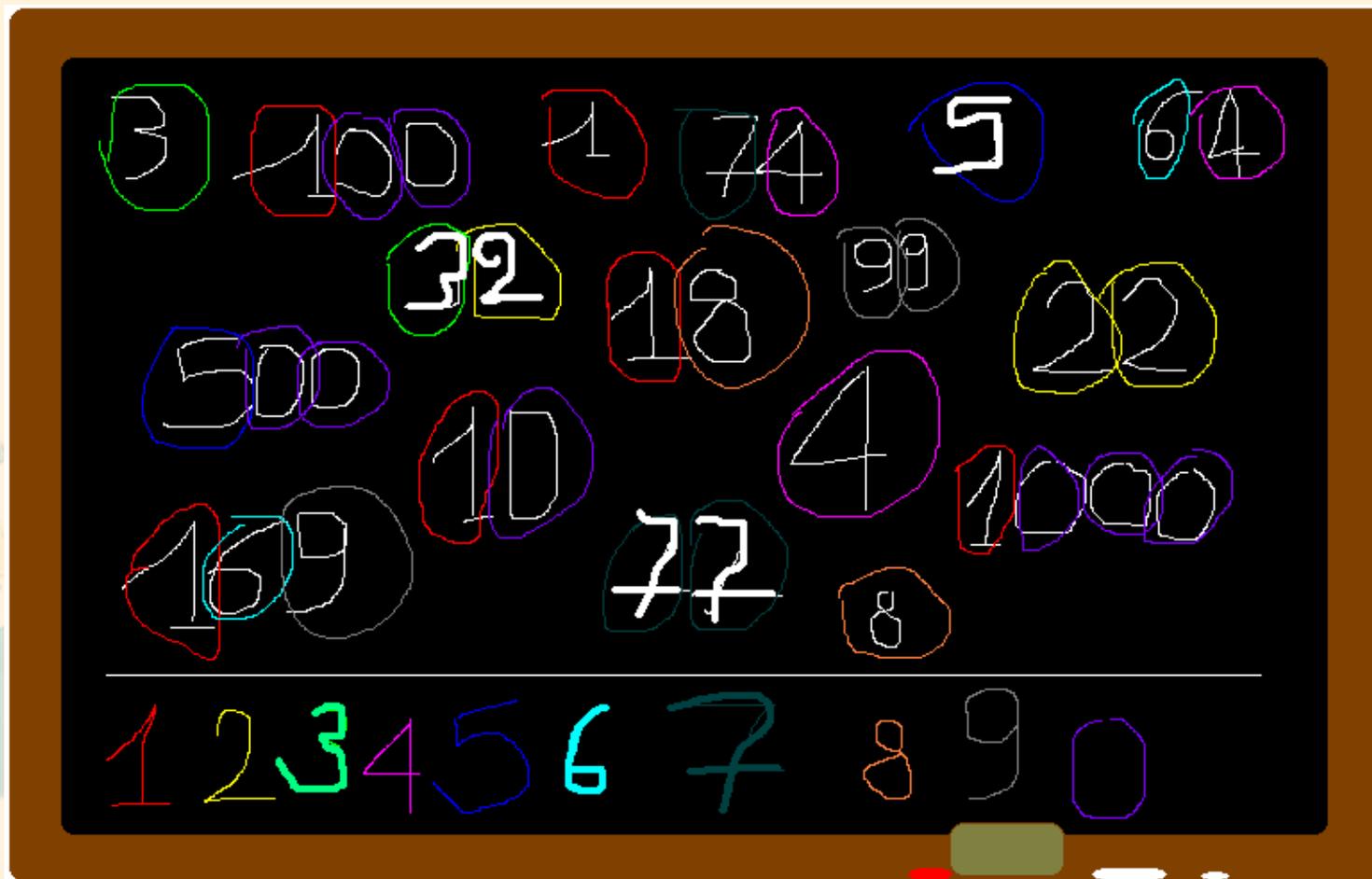
# “Numeri e parole”



Carletto, tutto solo, va in cortile con il suo triciclo e vede in lontananza dei quadrupedi che dormono al sole. In quel momento arriva Paola con una bella bicicletta nuova. I due amici, felici di essersi incontrati, improvvisavano un duetto e cantavano una canzoncina allegra. Proprio in quel momento giunge Pucci con il suo monopattino e, tutti e tre, formano un trio canoro. Un paio di gatti si unisce ai tre bambini e, insieme, formano un quintetto. Sul ramo di un albero una cicala fa la solista. Il concerto è talmente divertente che la gente si affaccia alle finestre ed esclama: - Che sestetto simpatico! Bis, bis!

Salvatore A., Re F., Nuova GuidaSi -  
Matematica e Scienze, Istituto  
Geografico De Agostini, Novara,  
1993, p.147

# “Le chiffre”



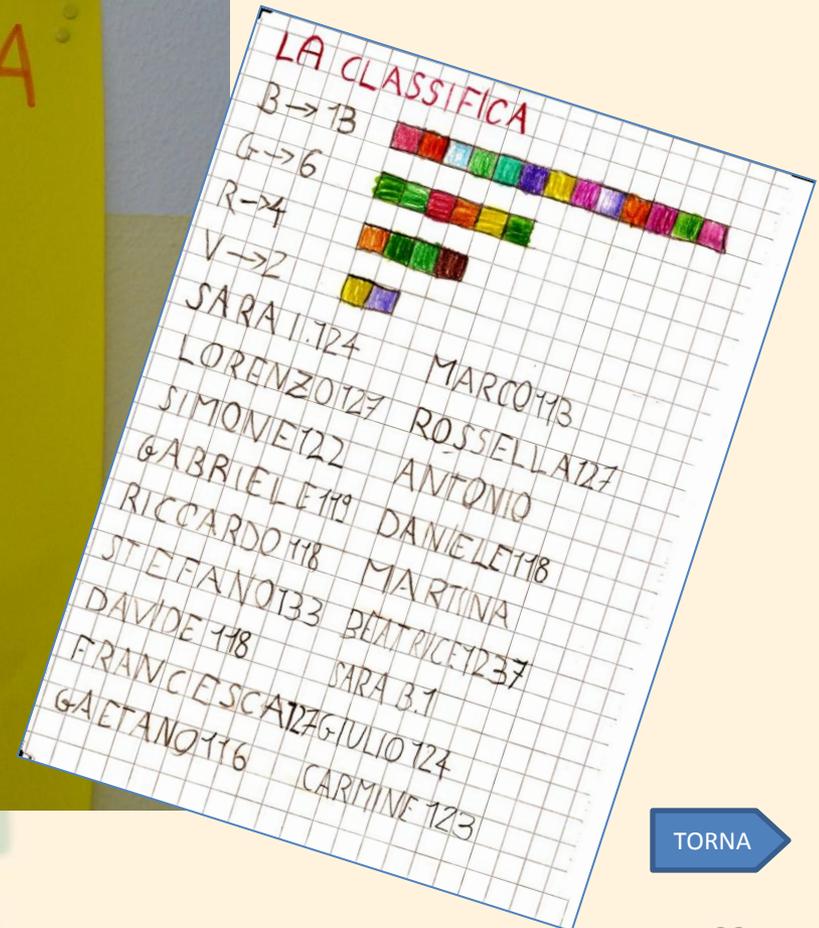
*“È vero, tutto può essere contato arrivati a questo punto, ma i sentimenti? Il bene che uno vuole a una persona?... Ah, forse anche quelli possono essere contati.” ... “Si possono contare i giorni in cui ci hai pensato (a quella persona)!”*



# “Numeri per ordinare”

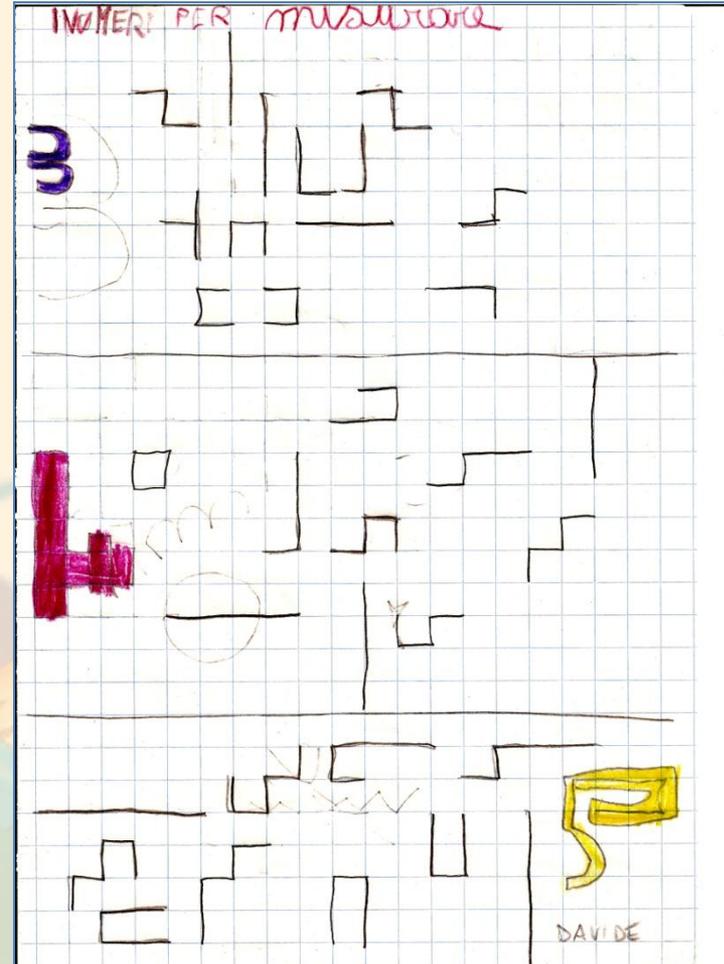
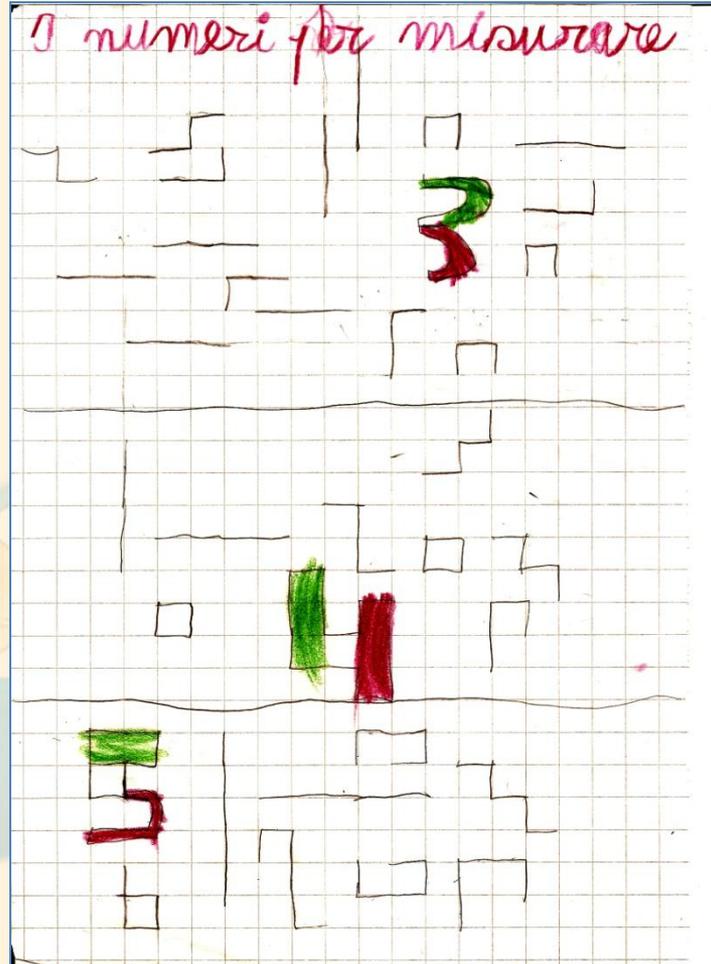
La nostra **CLASSIFICA**

1° MARCO	113
2° ALTANO 2° FRANCESCO	116
3° RICCARDO 3° DANIELE 3° DAVIDE	118
4° GABRIELE	119
5° SIMONE	120
6° BEATRICE 6° CARMINE	123
7° SARA I 7° GIULIO	124
8° JACOPO	125
9° ROSSELLA 9° LORENZO	127
10° FRANCESCA	126
11° STEFANO	133
12° SARA.	137



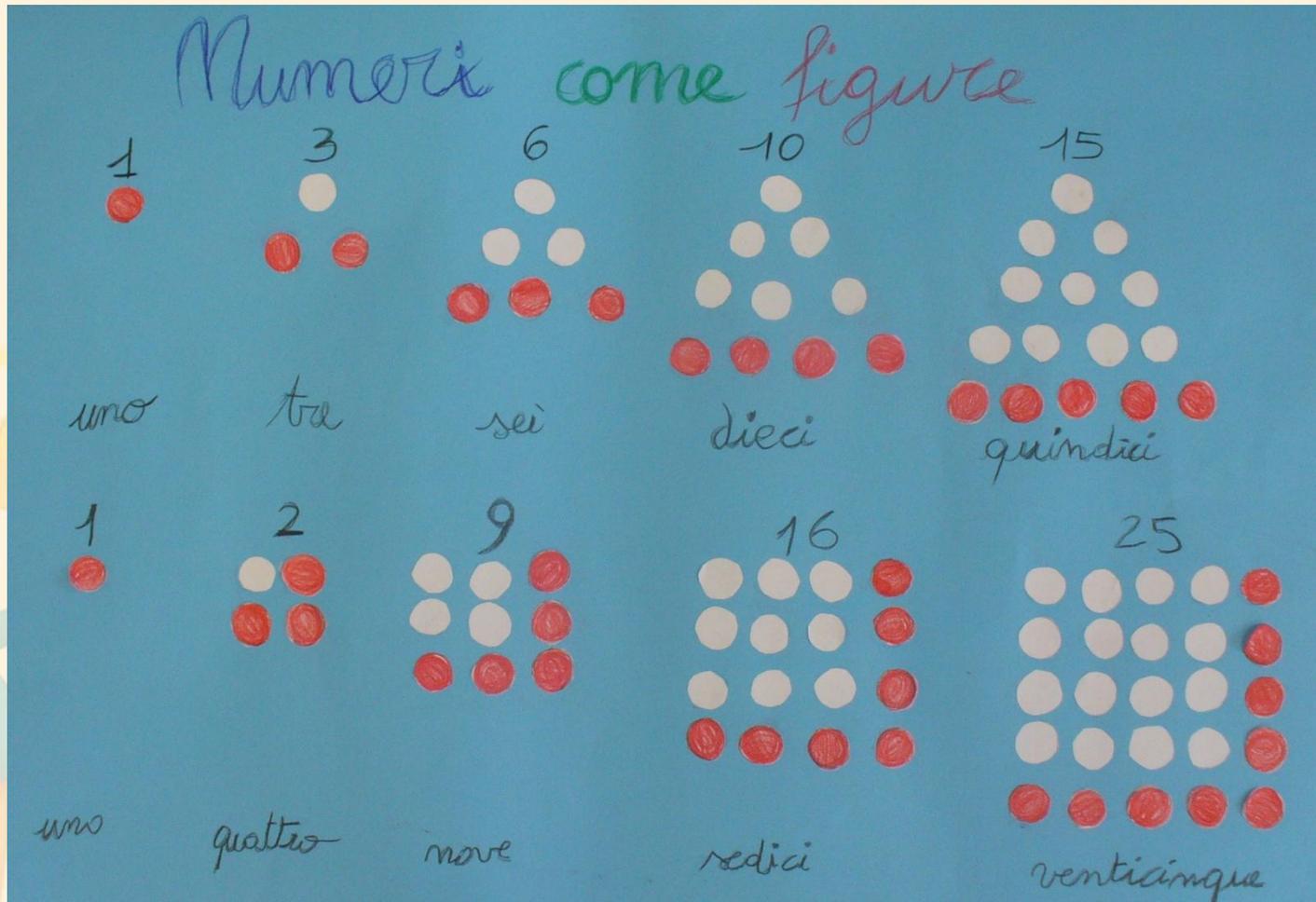
TORNA

# “Numeri per misurare”



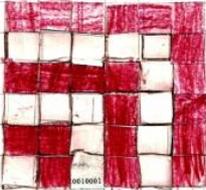
TORNA

# “Numeri figurati”



# “I quadratini”

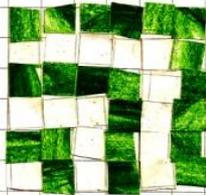
1 numeri figurati  
0-1-4-9-16-25-36  
1-3-5-7-9-11



1-4-9-16

JACOPO

3 numeri figurati



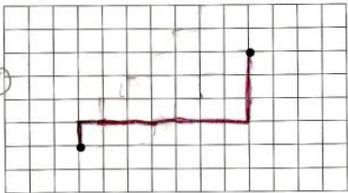
ANTONIO

0	1	4	9	16	25	36
1	2	3	5	7	9	13

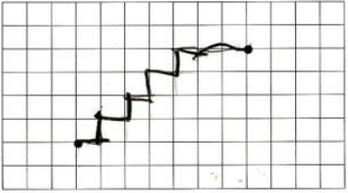
# “Un rompicapo”

UNISCI I DUE PUNTI IN 11 PASSI DA

RICCARDO



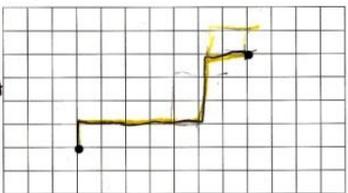
UNISCI I DUE PUNTI IN 11 PASSI DA



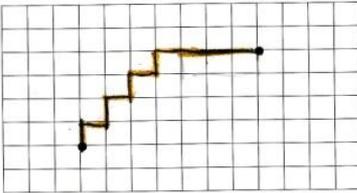
GIULIO

UNISCI I DUE PUNTI IN 11 PASSI DA

FRANCESCA



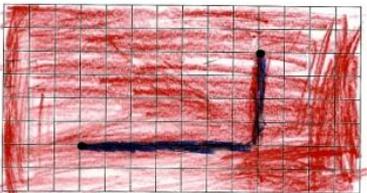
UNISCI I DUE PUNTI IN 11 PASSI DA



MARCO

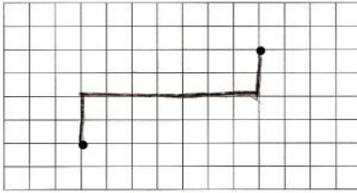
UNISCI I DUE PUNTI IN 11 PASSI DA

GABRIELE



UNISCI I DUE PUNTI IN 11 PASSI DA

LORENZO



# “Per costruirla ancora più lunga?”

“Di magico i numeri hanno che sono semplici. In fondo non ti serve nemmeno la calcolatrice.

Per cominciare ti basta una sola cosa: l'uno. Puoi farci quasi tutto.

Se ad esempio i numeri grandi ti fanno paura, diciamo ad esempio cinquemilionesettecentoventitremilaottocentododici, allora comincia così:

$$1 + 1$$

$$1 + 1 + 1$$

$$1 + 1 + 1 + 1$$

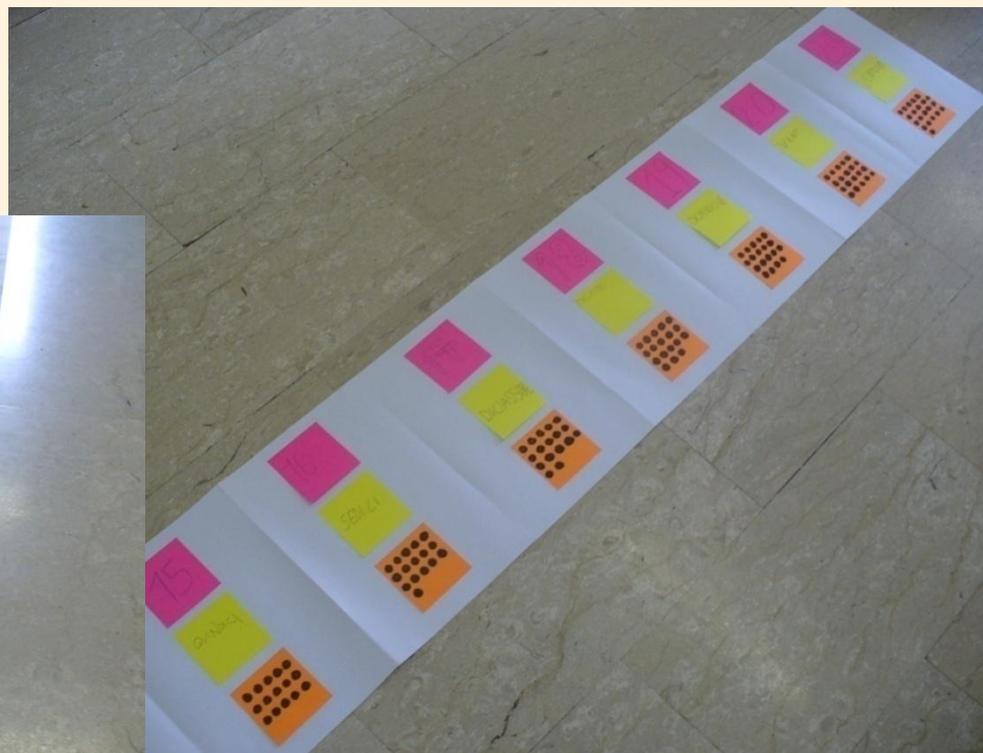
$$1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

...

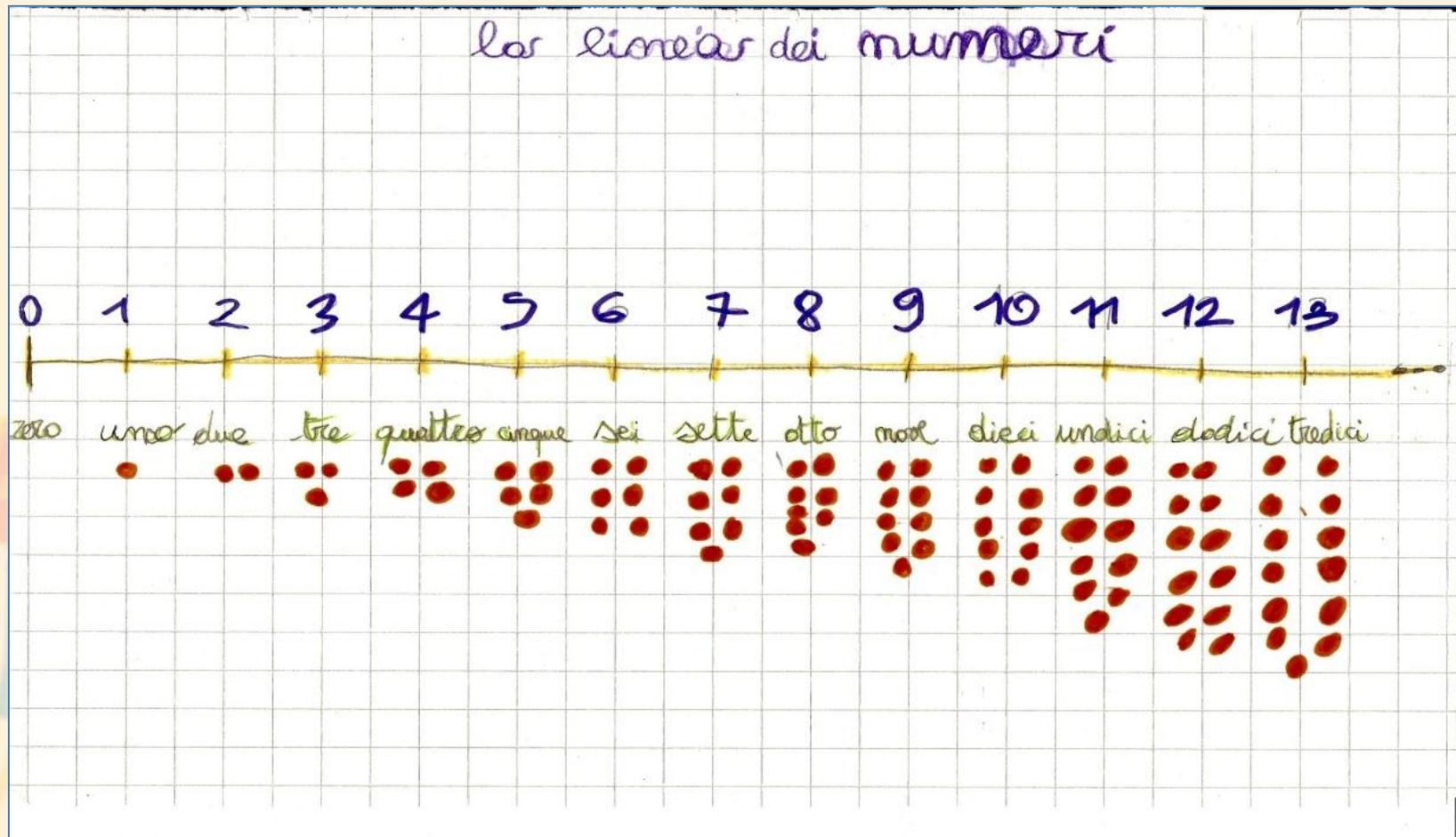
E poi prosegui, fino a cinquemilioneieccetera.”

(Enzensberger H. M., *Il mago dei numeri*, Einaudi, Venezia, 1997, pp.11)

# “Diversi modi di rappresentare il numero sulla linea dei numeri”



# “La linea dei numeri sul nostro quaderno”



# “I simboli matematici”

*i confronti*

The image shows five rows of hand-drawn comparisons on a grid background. Each row consists of colored sticks, a comparison symbol, and a numerical equation. The sticks are drawn to represent the numbers in the equations. Row 1: A long green stick is followed by a greater-than symbol (>) and a small square, with the equation 6 > 1. Row 2: Two red sticks of equal length are followed by an equals symbol (=), with the equation 2 = 2. Row 3: A long green stick is followed by a greater-than symbol (>) and a shorter red stick, with the equation 3 > 2. Row 4: A short purple stick is followed by a less-than symbol (<) and a much longer black stick, with the equation 4 < 7. Row 5: A short red stick is followed by a less-than symbol (<) and a medium purple stick, which is followed by another less-than symbol (<) and a long red stick, with the equation 2 < 4 < 8.

$6 > 1$

$2 = 2$

$3 > 2$

$4 < 7$

$2 < 4 < 8$

# “Numeriamo allegramente”

dal libro *1, 2 e 3 canta insieme a me*, di Dattolico R. -  
Crivellente G., Mela Music, Verona, 2003

Numeriamo allegramente  
sempre più velocemente  
è un gioco divertente  
puoi crederci è così.  
Numeriamo in avanti  
senza fermarci mai  
come i gamberi all'indietro  
cominciamo a ricontar.

## **Ritornello:**

*Zero, uno, due, tre, quattro, cinque  
sei, sette, otto, nove, dieci.*

*Dieci, nove, otto, sette, sei  
cinque, quattro, tre, due, uno, zero*

.....



ROSSELLA - *Le decine crescono come crescono i numeri che noi conosciamo bene (10, 20, 30, 40, 50, ..., 90 come 1, 2, 3, 4, 5, ..., 9)*

CHIARA - *I “numeri che si mettono vicino” (intende le unità) si ripetono sempre allo stesso modo: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, ... e poi si ripetono di nuovo e di nuovo ancora.*

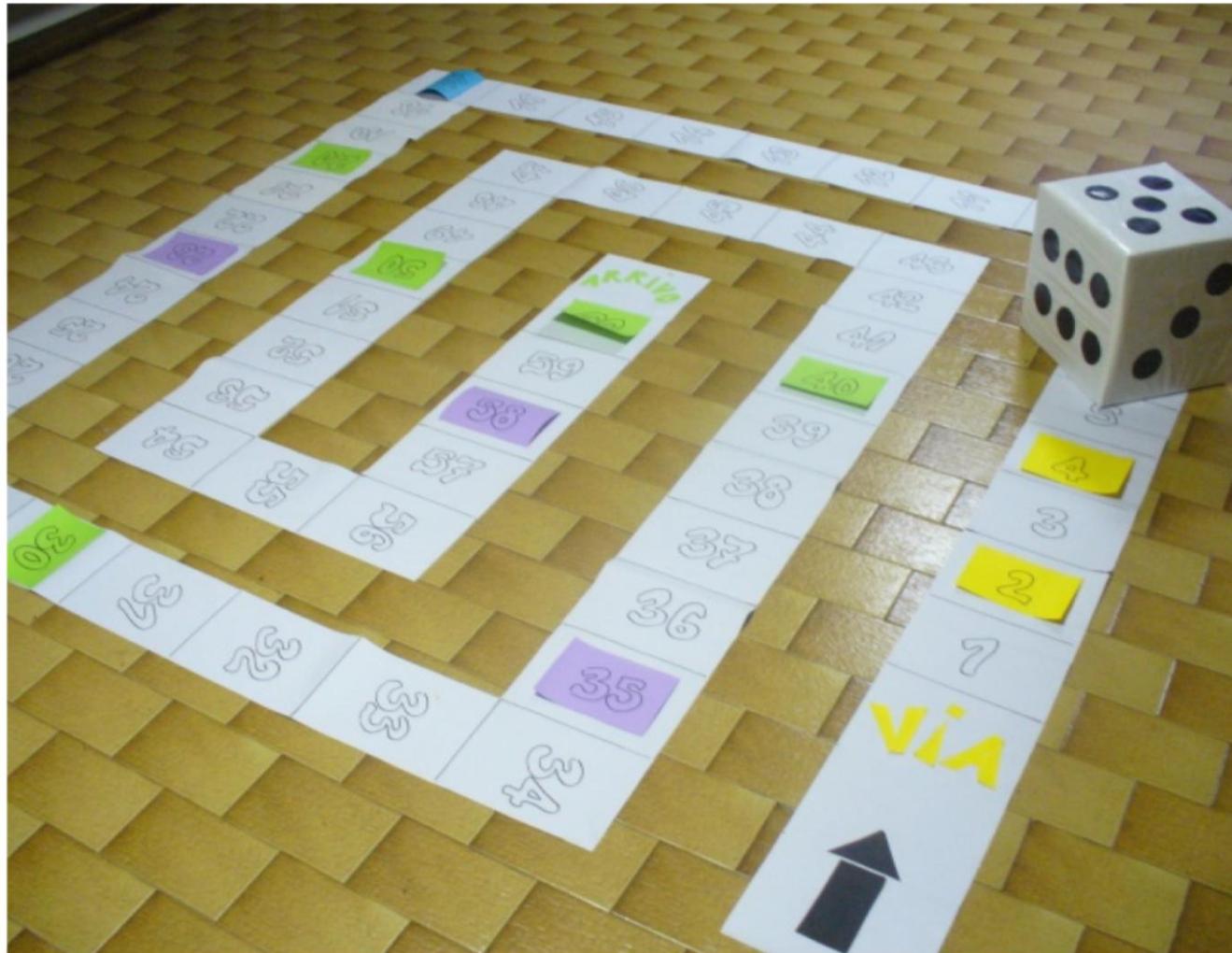
STEFANO - *Insomma maestra, è sicuro che i numeri hanno deciso di accoppiarsi in un ordine preciso, che loro sanno bene! Loro non si sbagliano mai!*

# “Un po’ di storia sui numeri”



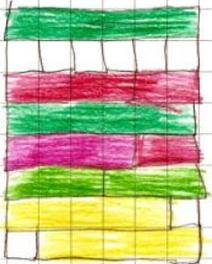


# “Il gioco dell’oca”

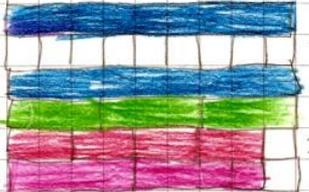


# “Semplici addizioni”

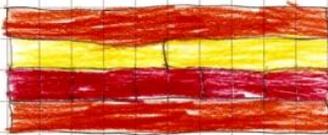
Le addizioni



$1+1+1+1+1+1=6$   
 $2+2+2=6$   
 $6+0=6$   
 $4+2=6$   
 $3+3=6$   
 $5+1=6$   
 $1+5=6$



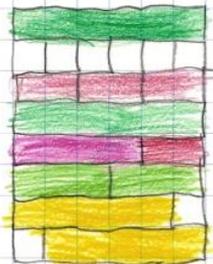
$9$   
 $1+1+1+1+1+1+1+1+1=9$   
 $9+0=9$   
 $3+3+3=9$   
 $2+2+2+2+1=9$   
 $4+4+1=9$



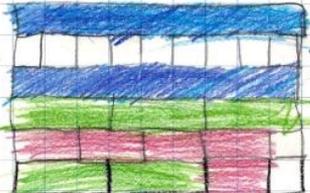
$10$   
 $5+5=10$   
 $2+2+2+2+2=10$   
 $10+0=10$

ANTONIO

Le addizioni



$6$   
 $1+1+1+1+1+1=6$   
 $2+2+2=6$   
 $6+0=6$   
 $4+2=6$   
 $3+3=6$   
 $5+1=6$   
 $1+5=6$



$9$   
 $1+1+1+1+1+1+1+1+1=9$   
 $9+0=9$   
 $3+3+3=9$   
 $2+2+2+2+1=9$   
 $3+3+2+1=9$



$10$   
 $5+5=10$   
 $2+2+2+2+2=10$   
 $10+0=10$

# “Indovina, indovinello”

dal libro 1, 2 e 3 canta insieme a me, di Dattolico R. -  
Crivellente G., Mela Music, Verona, 2003

## Ritornello:

*Indovina indovinello  
indovina indovinello  
indovina indovinello  
indovina adesso tu*

Sono andata nel giardino  
e ho messo nel cestino  
cinque fiorellini gialli  
uno rosso, uno bianco  
e uno arancione.

Quanti fiori puoi contare?  
Attento a non sbagliare.

Per una strada che porta a Camogli  
passava un uomo con quattro mogli.  
Ogni moglie portava un bambino.  
Fra bambini e mogli sai dirmi  
in quanti andavano a Camogli?

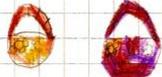
Sul ramo cinguettano  
dieci passerottini.  
Cinque spiccano il volo  
riprendono ad esplorare.  
Quanti passerottini  
continuano a cinguettare?



# Addizionando intuitivamente le mogli e i figli due alla volta, come in questi casi:

*Indovina indovinello*

G → 5     $5 + 1 + 1 + 1 = 8$   
 R → 1     $5 + 3 = 8$   
 B → 1     $5 + 1 + 2 = 8$   
 A → 1



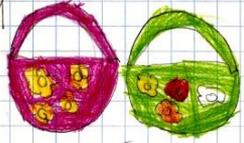
ANTONIO     $4 + 4 = 8$



$4 + 4 = 8$

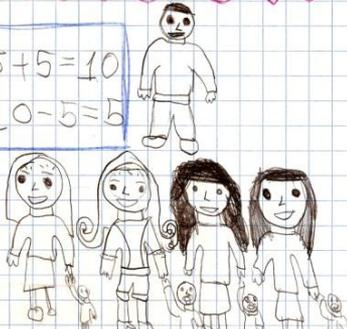
*Indovina indovinello*

G → 5     $5 + 1 + 1 + 1 = 8$  CHIARA  
 R → 1     $5 + 3 = 8$   
 B → 1     $5 + 1 + 2 = 8$   
 A → 1



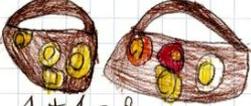
$4 + 4 = 8$

$5 + 5 = 10$   
 $10 - 5 = 5$



*IN DOVI NAIN DOVI A E LO*

G → 5     $5 + 1 + 1 + 1 = 8$   
 R → 1     $5 + 3 = 8$   
 B → 4     $5 + 1 + 2 = 8$   
 A → 1



$4 + 4 = 8$



DANIELE     $4 + 3 + 4 = 11$   
 $4 + 4 = 8$      $5 + 5 = 10$   
 $10 - 5 = 5$      $8 + 7 = 15$

Rappresentando prima tutte le quattro mogli e poi sotto, per ognuna, i figli:

- uso della stilizzazione delle figure e uso significativo dello spazio

*Indovina indovello*

G → 5  $5 + 1 + 1 + 1 = 8$   
 R → 1  $5 + 3 = 8$  GABRIELE  
 B → 1  $5 + 1 + 2 = 8$   
 A → 1



$4 + 4 = 8$

GABRIELE



$4 + 4 = 8$

$5 + 5 = 10$     $10 - 5 = 5$

*Indovina indovello*

G → 5  $5 + 1 + 1 + 1 = 8$   
 R → 1  $5 + 3 = 8$   
 B → 1  $5 + 1 + 2 = 8$   
 A → 1



$4 + 4 = 8$



$4 + 4 = 8$

$5 + 5 = 10$   
 $10 - 5 = 5$   
 $8 + 7 = 15$   
 $4 + 5 + 4 = 13$

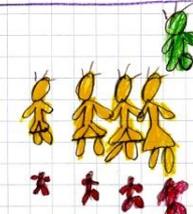
- uso significativo dei colori

*Indovina indovello*

G → 5  $5 + 1 + 1 + 1 = 8$   
 R → 1  $5 + 3 = 8$   
 B → 1  $5 + 1 + 2 = 8$   
 A → 1



$4 + 4 = 8$



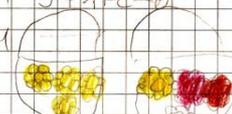
$4 + 4 = 8$

$5 + 5 = 10$

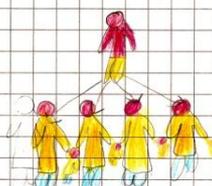
- uso delle frecce

*Indovina indovello*

G → 5  $5 + 1 + 1 + 1 = 8$   
 R → 1  $5 + 3 = 8$   
 B → 1  $5 + 1 + 2 = 8$   
 A → 1



$4 + 4 = 8$



$4 + 4 = 8$

FRANCESCO  $5 + 5 = 10$     $10 - 5 = 5$

# “Una questione un po’ rompicapo”

- A me piace fare le torte di compleanno, mi servivano 12 uova, ho utilizzato 7 uova, quando all'improvviso mi sono accorta che nel cesto erano finite! Ero convinta di averne tante! Ho chiamato di corsa mia nonna che ha le galline e ... secondo voi, quante me ne doveva dare per finire il dolce?

- Mia nonna poi mi ha dato le 5 uova più altre 10, quindi ne avrò avute ....., ma proprio mentre ripartivo per andare a casa mia sorella si è seduta sul sedile della macchina senza guardare: mi ha rotto 8 uova! Quante me ne sono rimaste secondo voi?

- Comunque poi non ho fatto più la torta, ma 13 crostatine: 4 alla marmellata rossa, 5 alla marmellata gialla e le altre alla cioccolata. Queste alla cioccolata secondo voi quante ne ho fatte?

- Se indovinate e mi spiegate come avete fatto ce le mangiamo insieme.

# “Il calcolo di Ape Teresa”

*3 settimane = 21 giorni*

*2 barattoli al giorno*

*42 barattoli di miele*

$$42 < 50$$

$$50 - 42 = 8 \text{ perché } 42 + 8 = 50$$

