

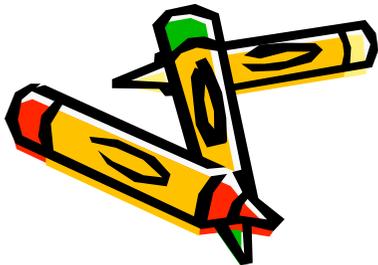


**INSEGNARE A  
PENSARE in  
MATEMATICA**

**Luis Ferrero de Pablo  
Escuela de Pensamiento  
Matemático "Miguel de Guzmán"**

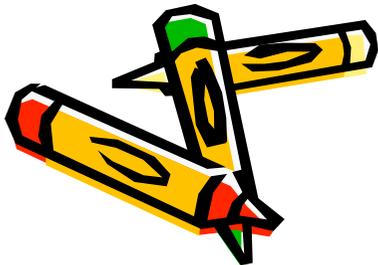
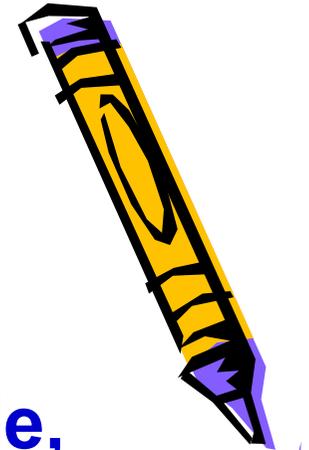
**Roma, Università Roma Tre, 16 maggio 2013**

Nel 1922, ricevendo il premio Nobel per la fisica, lo scienziato danese NEILS BOHR, affermò che doveva il premio ai professori che gli avevano **insegnato a pensare.**



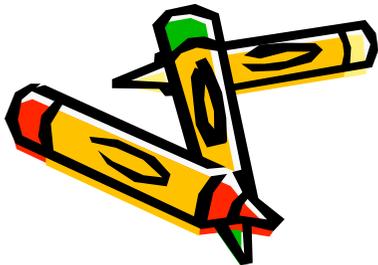
Per il carattere astratto e formale,  
apprendere la matematica è difficile.

Nel rapporto (1981) elaborato dalla  
commissione Cockcroft in Gran Bretagna  
si afferma che *"la matematica è una  
materia difficile da insegnare e difficile da  
apprendere"*, per due motivi:

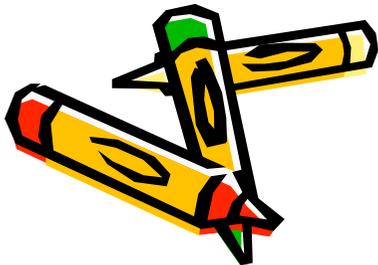
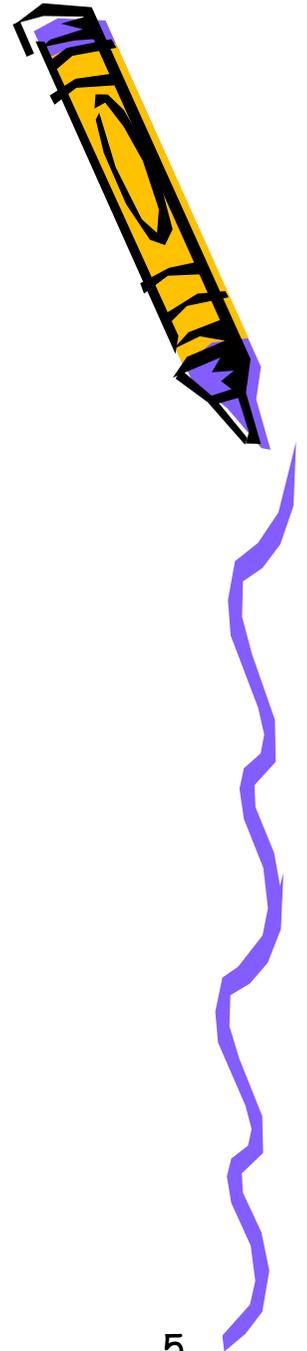


**Primo**, in matematica la comprensione dei concetti più avanzati dipende in grande misura dalla comprensione di questioni basilari.

**Secondo**, bisogna tener presente le differenze nel rendimento e nel ritmo di apprendimento degli alunni.

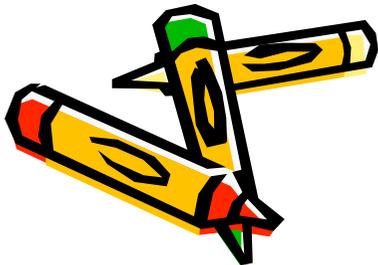
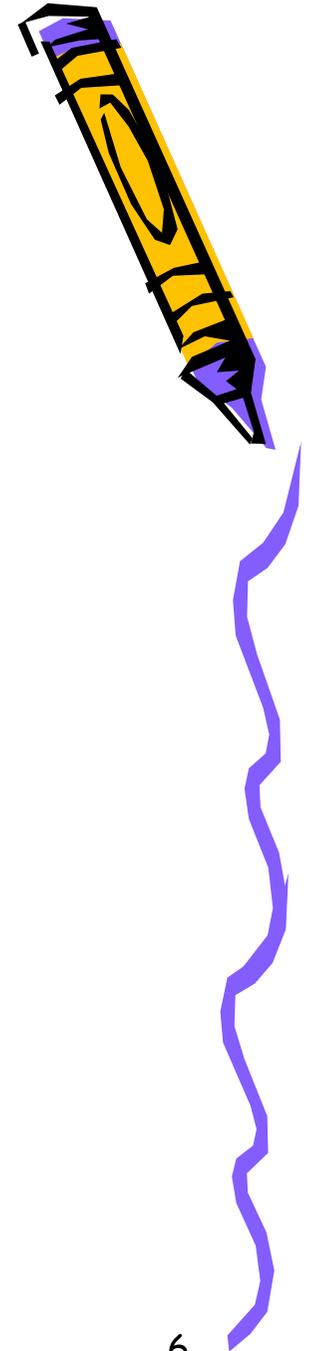


Nell'aula possono esservi alunni con diversi livelli di conoscenze matematiche.



# PROPOSTA DI AZIONE

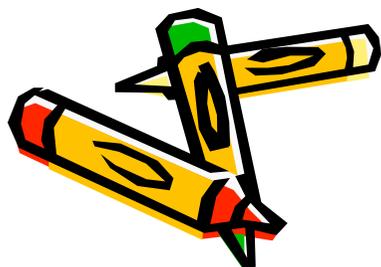
- **CONTENUTI RAGIONATI**
  - Operazioni ragionate e calcolo mentale
- **LA MOTIVAZIONE**
- **LA RISOLUZIONE DI PROBLEMI**



## LO SVILUPPO RAGIONATO DELLE OPERAZIONI

Nei primi anni scolastici le operazioni con i numeri naturali hanno un ruolo chiave.

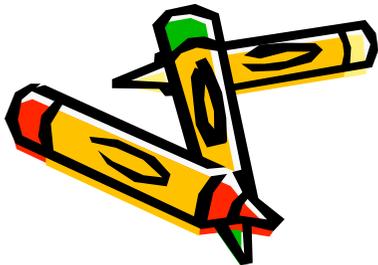
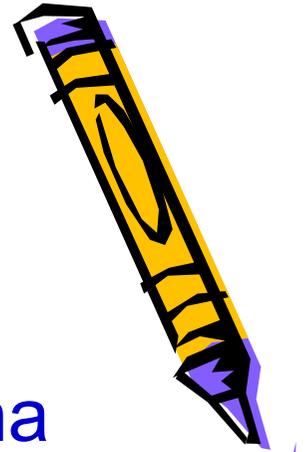
L'agilità richiesta deve basarsi sulla comprensione. Gli allievi devono essere in grado di giustificare le procedure di calcolo, perché le capiscono.

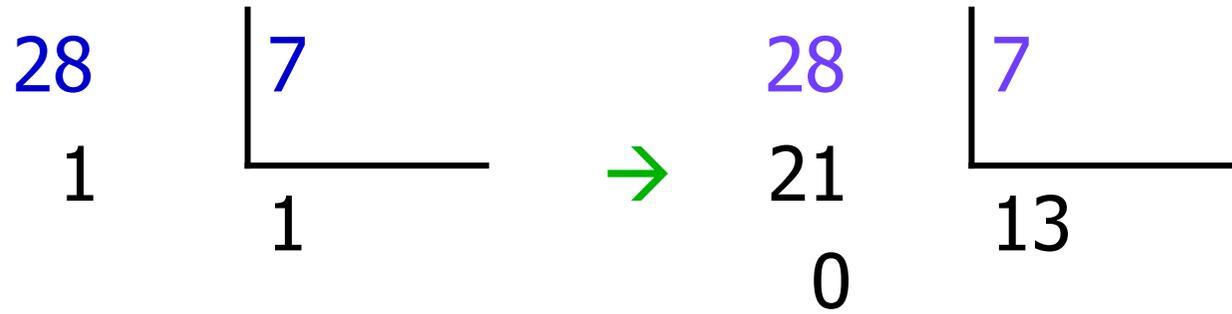


## I ventotto cammelli

Un racconto di origine araba narra di una volta in cui 28 cammelli arrivarono in una caserma per essere distribuiti fra sette compagnie.

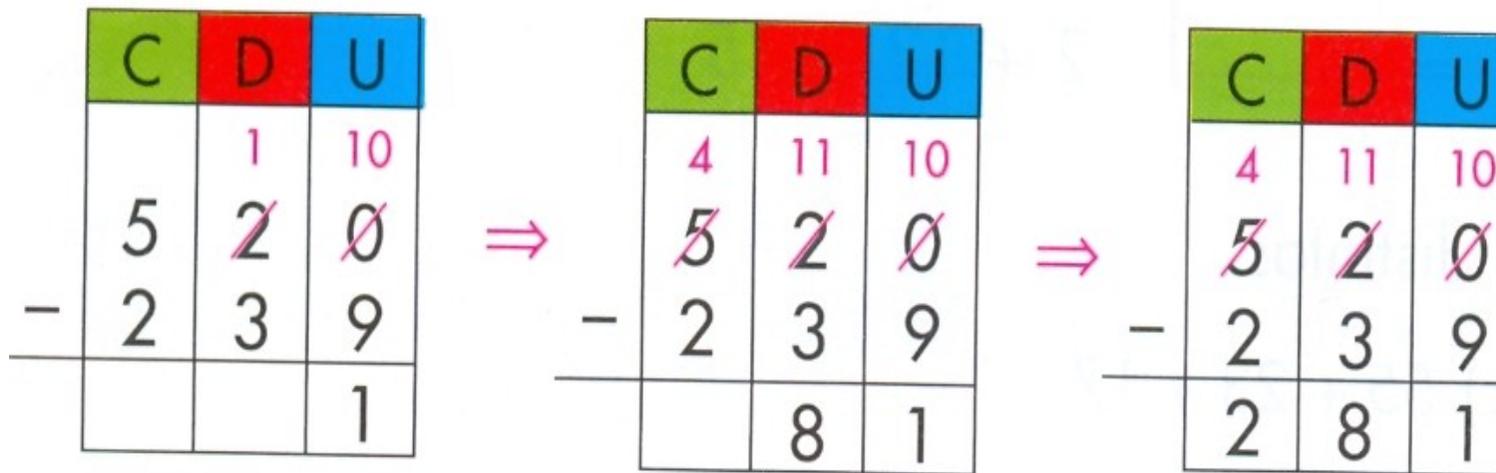
La persona incaricata di fare la ripartizione eseguire la seguente divisione:





| D | U |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | 8 | 7 |   |
|   | 1 | D | U |
|   |   |   | 1 |

| D | U |   |   |
|---|---|---|---|
| 2 | 8 | 7 |   |
| 2 | 1 | D | U |
|   | 0 |   | 1 |
|   |   | + | 3 |
|   |   |   | 4 |



$$125 \times 37 = 125 \times 7 + 125 \times 30$$

|             | UM | C | D | U |
|-------------|----|---|---|---|
|             |    | 1 | 2 | 5 |
|             |    | × | 3 | 7 |
| 125 × 7 U → |    | 8 | 7 | 5 |
| 125 × 3 D → | +  | 3 | 7 |   |
|             |    | 4 | 6 | 2 |
|             |    |   |   | 5 |

Para dividir 3897 entre 6, seguimos estos pasos:

1.º Como no podemos repartir 3 UM entre 6, repartimos 38C.  
 Tocan a 6C y sobran 2C.  
 $2C = 20D$

2.º  $20D + 9D = 29D$   
 Se reparten 29D entre 6.  
 Tocan a 4D y sobran 5D.  
 $5D = 50U$

3.º  $50U + 7U = 57U$   
 Se reparten 57U entre 6.  
 Tocan a 9U y sobran 3U.

| UM | C | D | U |
|----|---|---|---|
| 3  | 8 | 9 | 7 |
| -  | 3 | 6 |   |
| 0  | 2 | 9 |   |
| -  | 2 | 4 |   |
|    | 0 | 5 | 7 |
|    | - | 5 | 4 |
|    |   | 0 | 3 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 6 |   |   |
| C | D | U |
| 6 | 4 | 9 |

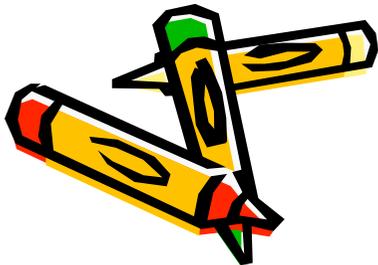
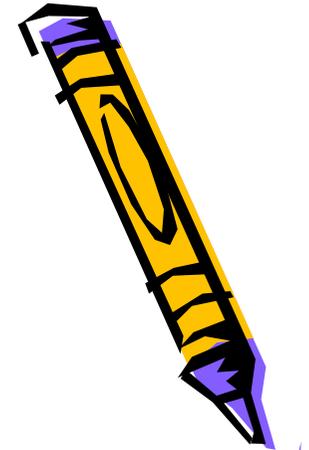
PRUEBA DE LA DIVISIÓN

$$\begin{array}{r} 649 \\ \times 6 \\ \hline 3894 \end{array}$$

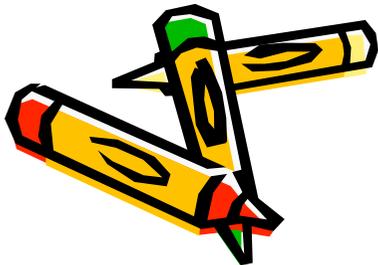
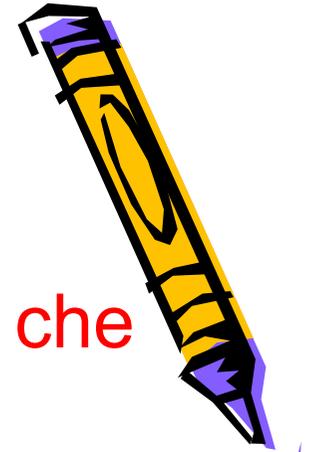
$$\begin{array}{r} 3894 \\ + 3 \\ \hline 3897 \end{array}$$

## RISOLVERE PROBLEMI

L'insegnamento della matematica attraverso la risoluzione di problemi consiste nell'acquisizione di processi di pensiero utili per confrontarsi con i problemi intellettuali, prendendo il contenuto matematico di cui si tratta volta per volta come uno strumento.

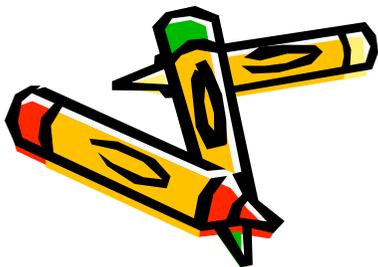


- Nella risoluzione dei problemi ciò che importa è la strada seguita.
- Conviene puntare a insegnare a pensare, a ragionare, piuttosto che a trasmettere contenuti che si dimenticano velocemente; è più importante il processo che il “risultato”.



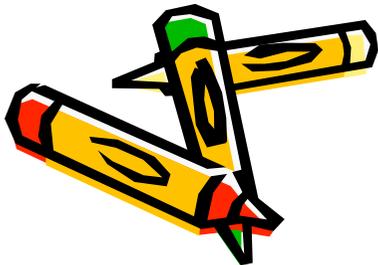
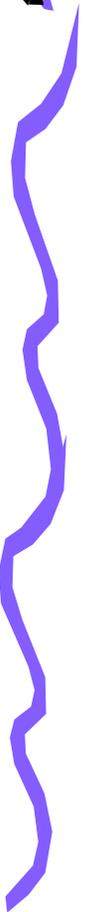
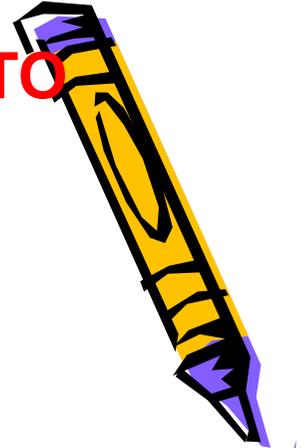
## UN PROBLEMA NON HA UNA VIA UNICA DI SOLUZIONE

- Nel processo di apprendimento, bisogna incoraggiare gli alunni a risolvere il problema in ogni forma che viene loro in mente; di seguito si analizzano tutti insieme e si decide quale via è più adeguata.



# OFFRIRE GRANDE VARIETA' DI PROBLEMI MOLTO BEN PENSATI

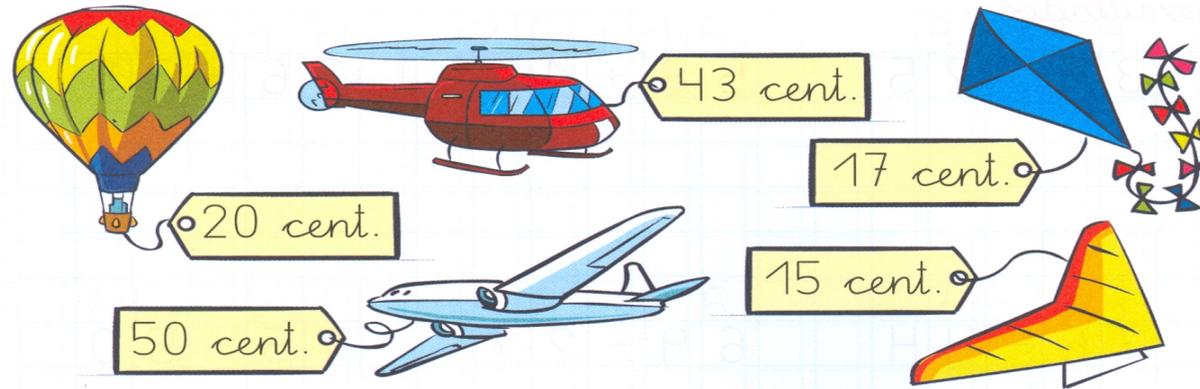
- **Problemi con varie soluzioni**
- **Curare la scrittura, le illustrazioni, destando l'interesse**
- **Cercare sempre di incoraggiare il ragionamento**
- **Cercare di spingere a fare da sé e attivare l'ingegno**
- **Problemi che si possono generalizzare**



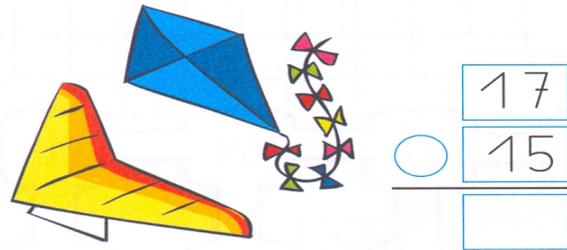
Scrivi tre forme diverse per pagare questo pupazzo che costa 3,60 €.



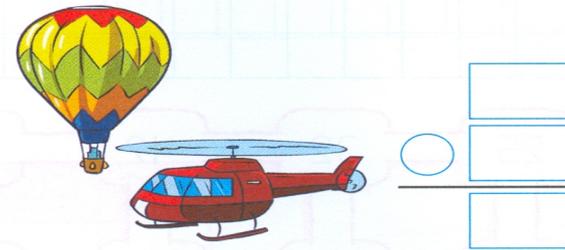
● Observa y resuelve.



Calcula el valor de cada compra.



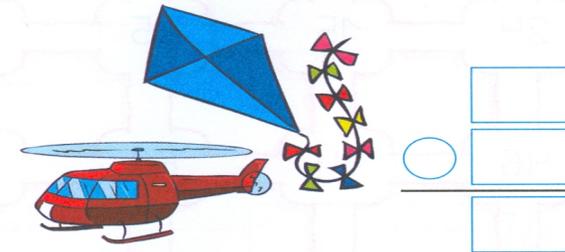
Total:  céntimos.



Total:  céntimos.



Total:  céntimos.



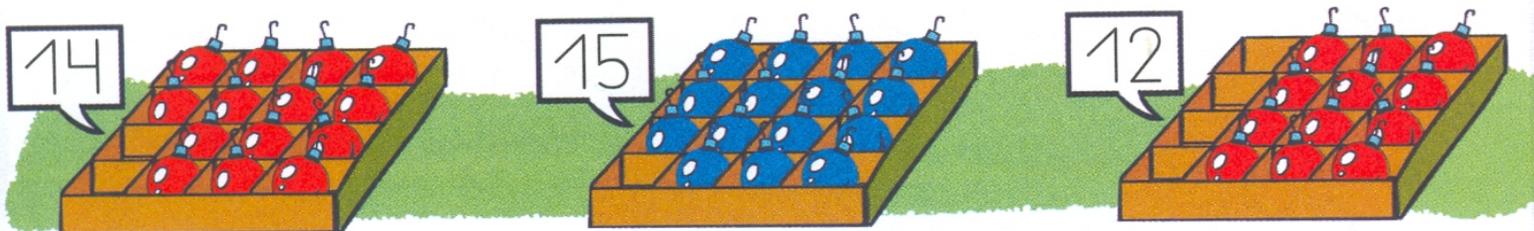
Total:  céntimos.

## Cerchia l'operazione e completa.

Quante sono le palline rosse?

- Rodea la operación que corresponda en cada caso y completa.

¿Cuántas bolas rojas hay?



14

15

12

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 15 \\ \hline 27 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 14 \\ + 12 \\ \hline 26 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 14 \\ + 15 \\ \hline 29 \end{array}$$

Solución: Hay  bolas rojas.

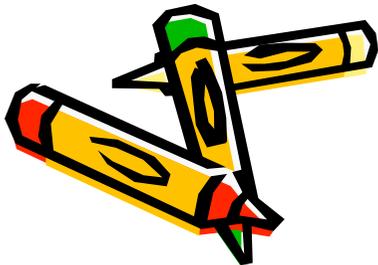
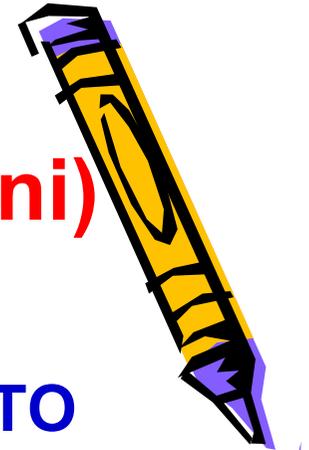
# SCHEMA DI LAVORO

(discusso in una classe dai bambini)

1°. LEGGO ACCURATAMENTE L'ENUNCIATO  
DEL PROBLEMA

2°. MI FERMO E PENSO

3°. LO CAPISCO?



#### **4°. SE L'HO CAPITO:**

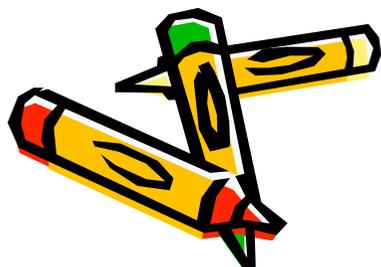
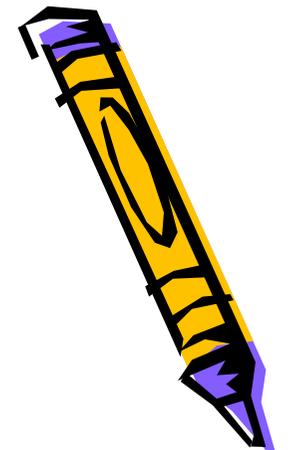
- Estraggo i dati e le domande
- Verifico i dati.
- Scrivo (indico) le operazioni
- Faccio una stima del valore approssimato della soluzione.
- Risolvo le operazioni.
- Verifico il risultato tornando all'enunciato.

## **5°.** SE NON L'HO CAPITO:

- Leggo di nuovo l'enunciato.
- Disegno, faccio uno schema o diagramma ...
- Riduco a quantità più piccole.
- Trasformo in una situazione che conosco meglio.
- Chiedo aiuto a un compagno.
- Chiedo aiuto all'insegnante.

## STRATEGIE SPECIFICHE

- **Mi organizzo: seguo dei passi**
- **Ordino l'enunciato**
- **Scelgo le operazioni**
- **Faccio un disegno o diagramma**
- **Selezione i dati**
- **Organizzo i dati in una tavola**
- **Vado a tentoni, provo, calcolo a occhio e correggo**
- **Cerco regolarità**



## ESTRATEGIA: Sigo unos pasos

Resolver un problema será más fácil si te organizas. Estudia los pasos del ejemplo y aplícalos para resolver otros problemas que te propongan.

### Copio y completo el ejemplo

1.º Lee detenidamente el enunciado.

Santiago, Marta y Sara se reparten 790 sellos. A Santiago le corresponden 214 sellos, y a Marta, 267.  
¿Cuántos sellos le corresponden a Sara?

2.º Aclara los datos y la pregunta.

Los datos son:

- Número de sellos que se reparten: \_\_\_\_
- Número de sellos que le corresponden a Santiago: \_\_\_\_
- Número de sellos que le corresponden a Marta: \_\_\_\_

La pregunta es: \_\_\_\_\_



3.º Haz un esquema para aclarar el problema.

|                        |                     |           |
|------------------------|---------------------|-----------|
| 790 sellos             |                     |           |
| SANTIAGO<br>214 sellos | MARTA<br>267 sellos | SARA<br>? |

4.º Plantea y realiza las operaciones.

$$214 + 267 = \underline{\quad} \text{ sellos}$$

$$790 - \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ sellos}$$

5.º Escribe la solución y compruébala.

**Solución:**

A Sara le corresponden        sellos.

**Comprobación:**

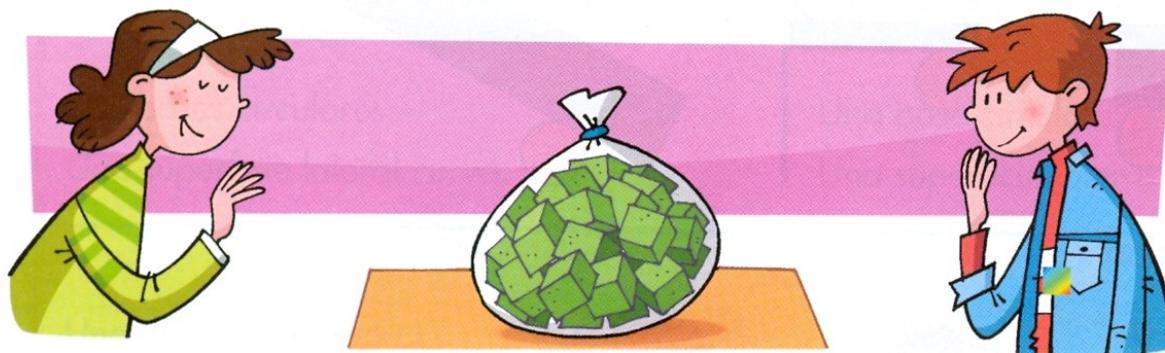
$$214 + 267 + \underline{\quad} = 790$$

## ESTRATEGIA: Busco regularidades

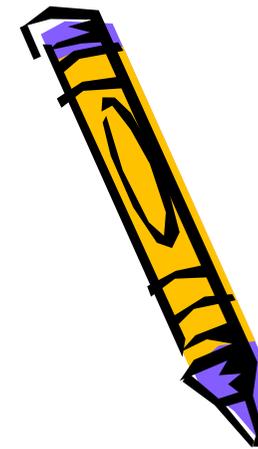
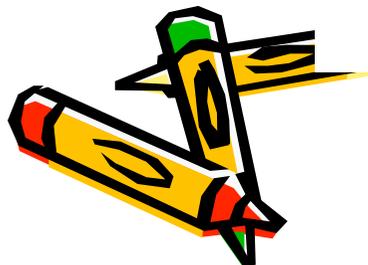
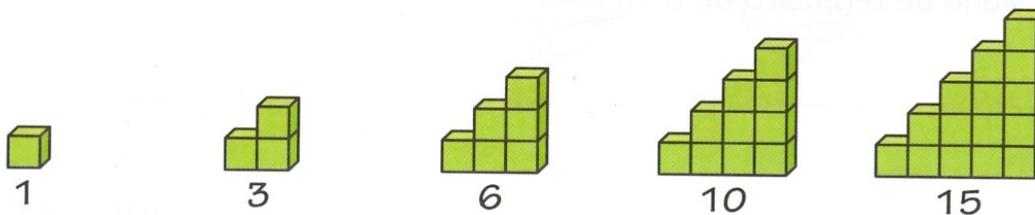
A veces, un problema resulta difícil y complicado. Si lo simplificamos, o experimentamos con casos más sencillos, su solución nos resultará más fácil.

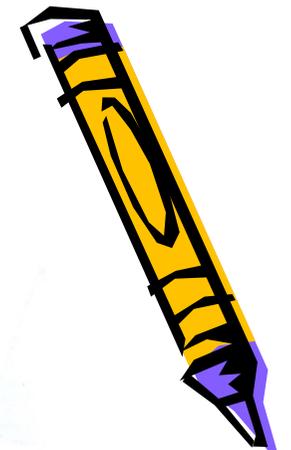
### Copio y completo en mi cuaderno

 Silvia y Fernando tienen una bolsa llena de cubos de madera, todos iguales, y quieren construir una escalera de diez escalones. ¿Cuántos cubos necesitarán?



1.º Dibuja casos más sencillos y cuenta los cubos necesarios.





2.º Recoge los datos en una tabla.

|                     |   |   |   |    |    |
|---------------------|---|---|---|----|----|
| NÚMERO DE ESCALONES | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  |
| NÚMERO DE CUBOS     | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 |



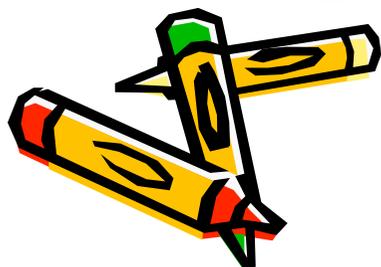
Observa que el número de cubos va creciendo con el número de escalones (+2, +3, +4, +5 ...)

3.º Completa la tabla en tu cuaderno teniendo en cuenta la anterior.

|                     |   |   |   |    |    |     |    |
|---------------------|---|---|---|----|----|-----|----|
| NÚMERO DE ESCALONES | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | ... | 10 |
| NÚMERO DE CUBOS     | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 |     |    |

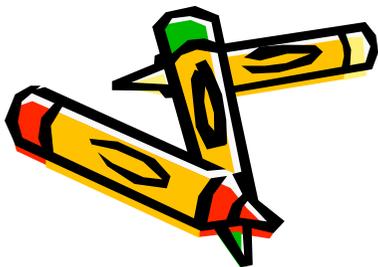
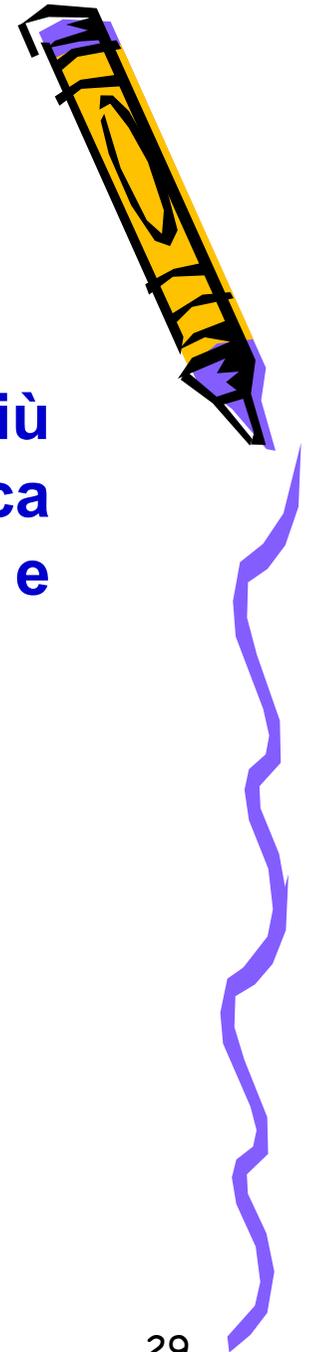


4.º Escribe la solución.



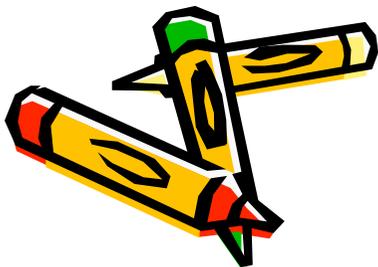
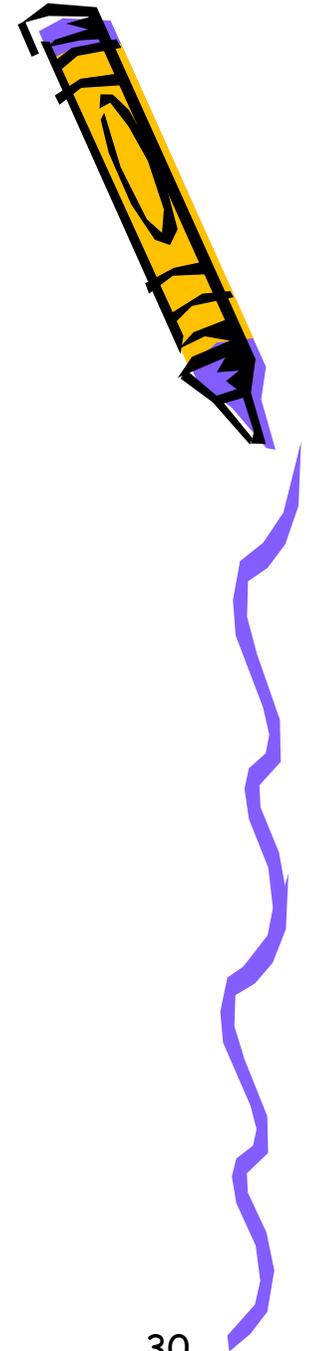
## LA MOTIVAZIONE

I giochi e lo spirito giocoso rendono più facile e attraente lo studio della matematica e, soprattutto, rompono la spirale di paura e ostilità nei confronti della materia



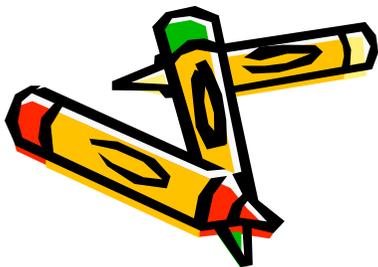
**I giochi e la matematica hanno molti tratti in comune**

**Il valore formativo della matematica ricorda quello del gioco: entrambi dotano i ragazzi di un insieme di strumenti che potenziano e arricchiscono le loro strutture mentali e rendono loro possibile esplorare il mondo reale e agire in esso**



“Ho sempre pensato che il miglior modo per rendere interessante la matematica agli alunni e al grande pubblico sia avvicinarsi ad essi in tono giocoso. Il modo migliore per risvegliare un allievo è di sicuro proporgli un gioco matematico intrigante, un passatempo, un trucco magico, uno scherzo, un modello, un paradosso, uno scioglilingue ... una qualsiasi di quelle cose di cui i professori noiosi sfuggono perché pensano che sono frivolezze”

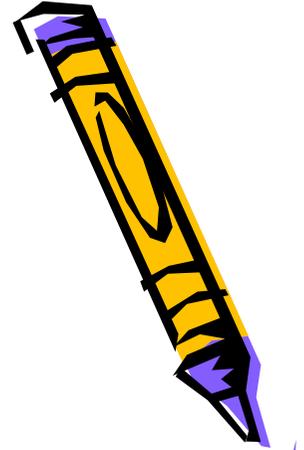
*MARTÍN GARDNER*



## Il numero di scarpa

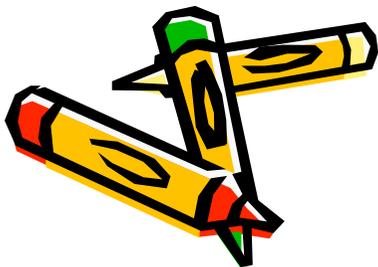
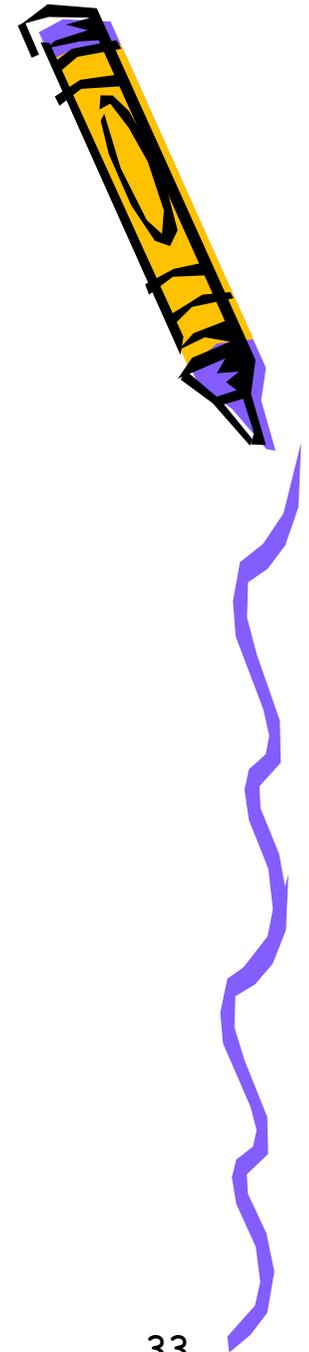
Eseguire le operazioni seguenti:

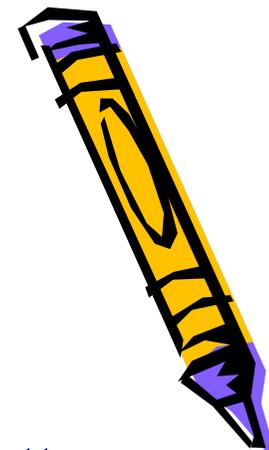
- 1°. Scrivi il tuo numero di scarpa.
- 2°. Moltiplica tale numero per 2, e poi somma 5 unità.
- 3°. Moltiplica per 50.



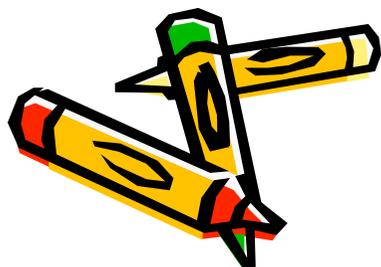
4°. Somma il numero magico 1763

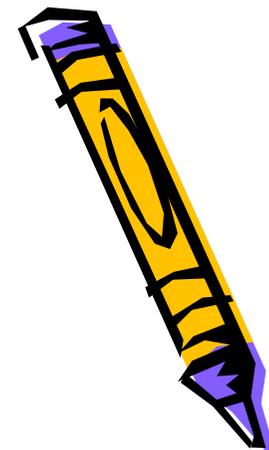
5°. Sottrarre al risultato ottenuto  
l'anno di nascita.



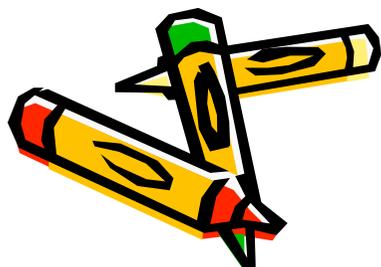


- Il risultato sarà un numero composto da quattro cifre: **UK H DA U**
- Le due cifre a sinistra (**UK** y **H**) costituiscono il numero della scarpa y, le due cifre a destra (**DA** y **U**) la tua età attuale (gli anni che hai compiuto o che compirai durante quest'anno).





- Ad esempio, se hai ottenuto il numero **4325**, il numero di scarpa è **43** e hai **25** anni oppure farai questi anni entro il 2013.



## CARTA SCELTA A CASO

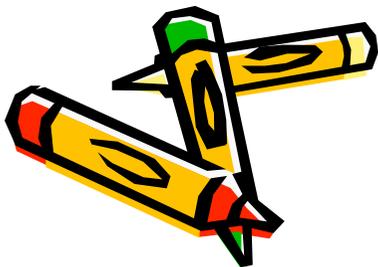
- Scegliere una carta da un mazzo.
- Il valore della carta è il numero che indica.
- Svolgere mentalmente le seguenti operazioni con il valore della carta scelta:



1° Duplicare il valore della carta e aggiungere 1 al risultato ottenuto.

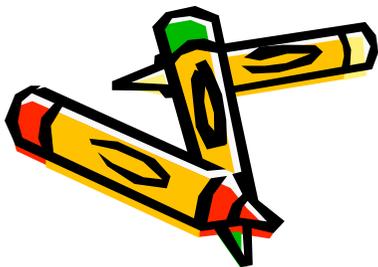
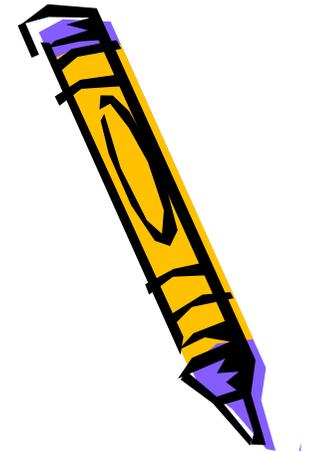
2°. Moltiplicare per 5 il risultato precedente.

3°. Sommare 1 se la carta es. di denari, 2 se è coppe, 3 se è di spade e 4 se è di bastoni.



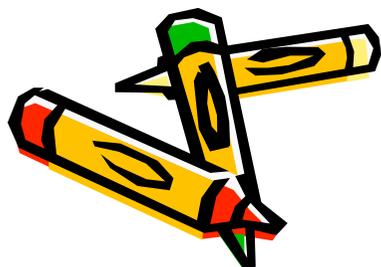
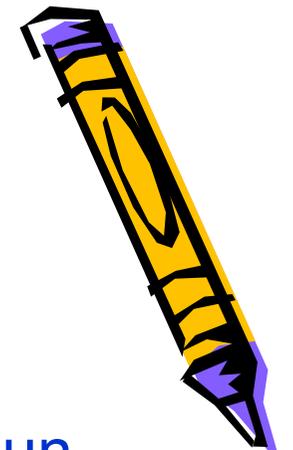
## RISULTATO:

- Se hai ottenuto 47, la carta scelta era il quattro di coppe.
- Se hai ottenuto 108, allora la carta scelta è il fante di spade



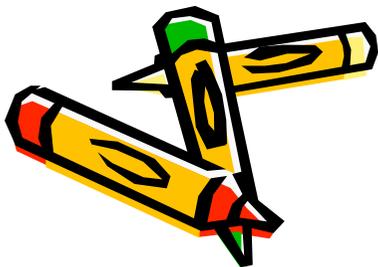
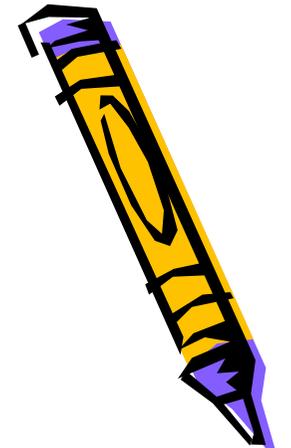
## NUMERI MAGICI

- I trucchi numerici si basano sulle proprietà dei numeri: semplici operazioni facili da dominare con un minimo di pratica e con certa capacità di calcolo mentale.
- Esistono numeri con proprietà che li rendono molto sorprendenti, sono numeri quasi magici.
- Ad esempio i numeri 101, il 1001 o il 10101.



## IL NUMERO MILLEUNO

- Chiedere agli alunni di scegliere a piacere un numero a tre cifre e scriverlo due volte di seguito per formare un numero di sei cifre.
- Di seguito chiedere loro di dividere il numero di sei cifre, dapprima per 13, e poi di dividere il quoziente ottenuto per 11, e infine, per 7.

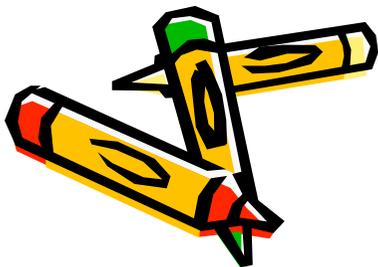
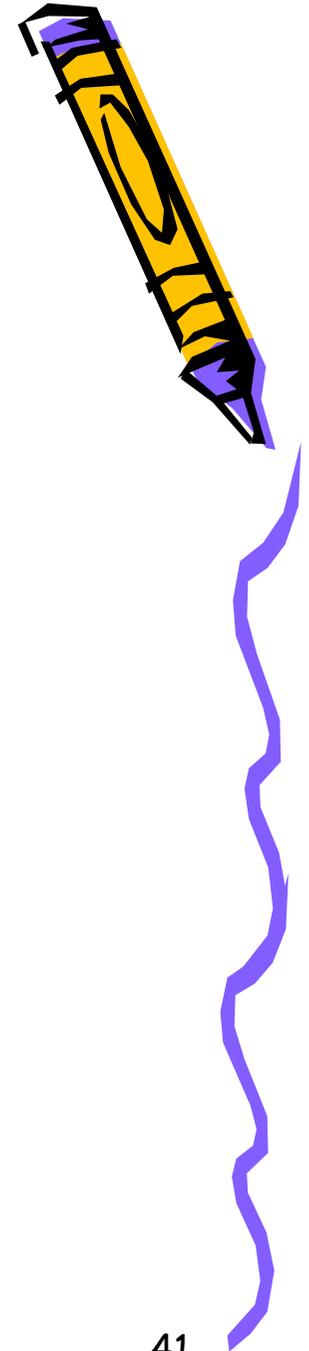


- Ad esempio, se hanno scelto il numero 752, scrivendolo due volte di seguito si ottiene il numero 752752. Si osservino le divisioni successive:

752752 : 13 quoziente 57904; resto 0

57904 : 11 quoziente 5264 resto 0

5264 : 7 quoziente 752 resto 0

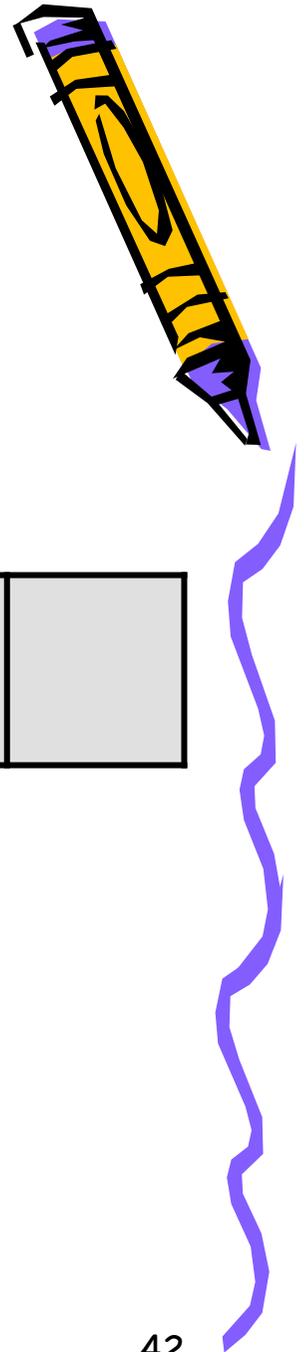
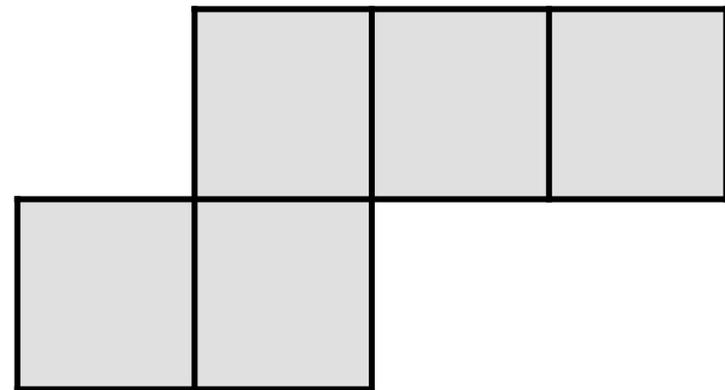
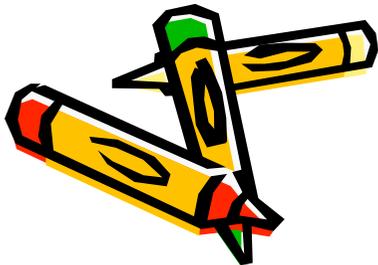


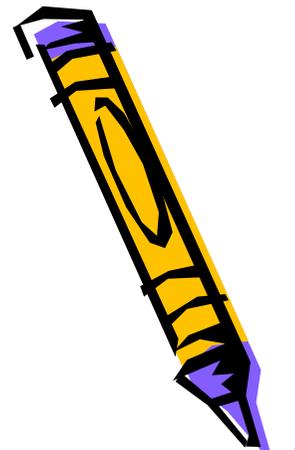
# PALILLOS

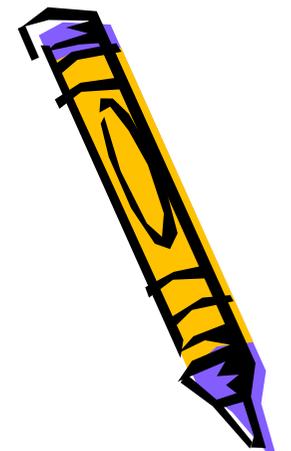
Questa figura è formata da 16 bastoncini.

Spostare 2 bastoncini, soltanto due, e formare così quattro quadrati uguali.

Non vale rompere o piegare i bastoncini...







***Luis Ferrero de Pablo***

***abelferrero@yahoo.es***

