

RIFLESSI DELLA CRISI DELL'ISTRUZIONE NEI LIBRI DI TESTO: I MANUALI DI MATEMATICA¹

Ana Millán Gasca

Università degli studi Roma Tre
anamaria.millangasca@uniroma3.it

I libri di testo di matematica elementare hanno una tradizione nella cultura europea che risale al Medioevo, eppure essi rimangono uno strumento centrale nell'istruzione scientifica attuale in ogni paese, al centro di analisi e dibattiti: ne offre un esempio la cura estrema – che è anche rigido controllo centrale – del quasi unico, eccellente, sussidiario di matematica per le scuole primarie in Cina; oppure il vasto programma di finanziamento della National Science Foundation negli Stati Uniti volto alla realizzazione di manuali scolastici di matematica innovativi, che ha orientato la collaborazione fra équipe di ricercatori e case editrici.

Forse il manuale scolastico per eccellenza è proprio un testo di matematica: gli *Elementi* di Euclide. Quest'opera è stata una vera e propria “porta” della matematica – dopo l'addestramento basilare al calcolo – dal Seicento fino all'Ottocento. Meno nota è una seconda tradizione, quella dei *sussidiari elementari del far di conto*, i cui contenuti (scrittura dei numeri con le cifre indo arabe e algoritmi in colonna, misure e regola del tre, insieme alla risoluzione di problemi elementari “pratici”) risalgono ai trattati d'abaco italiani del Basso medioevo e, attraverso le aritmetiche per l'istruzione popolare, sono arrivati ai libri della scuola primaria attuale.

Dopo secoli di contrassegnati da una forte continuità nei contenuti e nella loro presentazione, oltre che una sostanziale omogeneità a livello internazionale – anche se non sono mancati gli sforzi di rinnovamento – a partire dagli anni Sessanta del secolo scorso i libri di testo sono stati scardinati dalla “matematica moderna” (o “insiemistica”) in alcune aree culturali. Negli ultimi decenni i manuali di matematica hanno partecipato all'incessante ricerca di innovazione didattica. I cambiamenti riflettono nel bene e nel male l'evoluzione delle idee sullo scopo della istruzione matematica obbligatoria, così come quella dei punti di vista sullo sguardo di bambini e ragazzi sull'universo matematico. Troppi fattori, forse: le continue modifiche (dalla grafica al formato, dal collegamento con la rete alle idee pedagogiche e didattiche soggiacenti) possono apparire oggi incomprensibili e difficili da decifrare, e per questo motivo sono *subite* da taluni insegnanti che accettano ed eseguono, soprattutto nella scuola dell'obbligo.

La capacità di orientarsi nella variegata proposta editoriale e compiere delle scelte e quella di giudicare gli orientamenti che da diverse parti (ministero, fondazioni, dipartimenti universitari) sono “suggeriti” agli insegnanti, mette in gioco l'autonomia e la libertà intellettuale dei docenti. Tanto più nell'ambito della matematica, una materia della quale hanno “paura” non soltanto molti alunni e alunne, ma talvolta anche gli insegnanti

¹ Questo testo è stato pubblicato in *Teste e testi: cosa c'è in gioco oggi quando parliamo di “libri di testo”*. Atti del Convegno Nazionale Federazione Gilda Unams, Padova 17 novembre 2011, Padova, Gilda degli Insegnanti, 2013, pp. 43-64. Questa versione presenta alcune correzioni.

della scuola dell'infanzia, primaria e secondaria di primo grado; mentre gli insegnanti della scuola secondaria fanno molto riferimento ai testi anche perché nel loro percorso universitario non hanno trovato riferimenti culturali, matematici, didattici per insegnare matematica elementare. Scegliere un buon manuale è un elemento strategico nel lavoro dell'insegnante, e sia la consapevolezza storica, sia i confronti internazionali sono un utile punto di appoggio per formare un giudizio ... per valutare i manuali, per l'appunto.

1 L'“iniziazione educativa” e i manuali di matematica elementare nella tradizione europea

Nel celebre saggio del 1962 di Thomas S. Kuhn (1922-1996) *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, lo storico della scienza statunitense dedicò alcune pagine originali e acute ai libri di testo dei primi anni universitari nelle materie scientifiche, sottolineando il loro ruolo efficace nella trasmissione di una tradizione di ricerca, nel dare solidità alla fiducia condivisa in un “paradigma”: questa “iniziazione educativa”, affermava Kuhn, rende possibile l'attività scientifica normale senza la quale la scienza sarebbe sotto l'effetto di continue crisi destabilizzanti². Nel saggio di Kuhn i manuali scientifici contemporanei erano confrontati con quelli delle discipline umanistiche: se questi ultimi offrivano il dubbio, la critica, la valutazione, i primi erano contrassegnati da un tono assertivo, da un “sorprendente” dogmatismo. L'analisi dei manuali era uno degli elementi che permettevano a Kuhn di descrivere la comunità scientifica in termini quasi simili a quelli che potremmo usare per riferirci agli addetti di una setta religiosa: da questa rigidità e da questa tendenza alla conservazione nasceva – in una tensione creativa – la forte capacità di innovazione della scienza.

Le ricerche recenti di storia della scienza sui libri di testo di matematica – sulla scia delle idee seminali di Kuhn, ma estese anche a manuali di scuola secondaria e primaria – ci permettono oggi di comprendere meglio la centralità che ha avuto l'apparentemente modesto manuale elementare nella tradizione scientifica e pedagogica europea, soprattutto proprio per il suo ruolo di conservazione, di sostegno alla stabilità necessaria a una ricerca fortemente volta alle nuove conoscenze. I libri di testo elementari europei hanno offerto una garanzia di continuità attraverso l'evoluzione del pensiero matematico; ma sono serviti anche a proporre la matematica come disciplina basilare della scuola moderna, tenendo presenti alcune istanze di ordine pedagogico e culturale, quali l'esigenza di formare figure con competenza tecnico-professionale, la struttura della pubblica istruzione in classi di età, la diffusione dell'istruzione popolare, la rilevanza attribuita alla prima infanzia, l'importanza attribuita al ruolo dell'intuizione e l'esigenza di superare un insegnamento puramente mnemonico e meccanico.

La tradizione degli Elementi e gli sforzi di rinnovamento

Gli *Elementi* di Euclide erano studiati – seppur in versioni molto corrotte e ridotte a poco più del primo libro – già nelle università medievali, dove la matematica formava parte delle arti liberali propedeutiche alla specializzazione professionale. Recuperato nell'Umanesimo, questo testo è stato il cardine della universalità della comunità scientifica europea a partire dal Seicento; è stata un'opera continuamente ristampata nelle

² Kuhn 1970, p. 165.

traduzioni in tutte le lingue, fino alla trasformazione in libro di testo della scuola secondaria quando essa si sviluppò all'interno dei sistemi di pubblica istruzione nell'Ottocento. A partire dalla metà del Settecento furono pubblicati adattamenti ed edizioni che esprimono un dibattito culturale sul valore formativo della geometria euclidea elementare esposta nel modo classico, ossia senza coordinate e senza riferimenti a esperienze relative al mondo fisico, oltre all'osservazione delle figure; così come anche la necessità di rendere più semplice un'iniziazione educativa faticosa, ma che si rivolgeva a gruppi sempre più ampi; o anche la richiesta di adattare lo studio della geometria alle esigenze delle scuole professionali che si andavano rafforzando.

Un'opera scritta da Alexis Clairaut (1713-1765), *Elementi di geometria*, pubblicata nel 1741, è il capostipite della tendenza sviluppatasi fra Ottocento e Novecento ad alleggerire il rigore delle definizioni e teoremi sviluppando una geometria intuitiva, ossia facendo riferimento alle esperienze concrete dell'agrimensore, al disegno, all'uso di modelli materiali delle figure. Sotto questa forma, la geometria poteva essere studiata non solo nelle scuole professionali, ma anche da ragazzi e bambini sempre più piccoli, nel livello ginnasiale e primario³. In Italia, fra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento, furono pubblicati molti manuali di geometria intuitiva per il ginnasio, innovativi anche nello stile della scrittura e nel rapporto con i lettori allievi e professori, che fanno riferimento all'osservazione della realtà, a piegare la carta e al disegno. Non tutti gli studiosi erano d'accordo sul valore propedeutico di questo tipo di geometria per ragazzi, e si andava infatti delineando la tensione fra il rigore matematico (ossia la precisione nel ragionamento, la perfezione delle dimostrazioni, una presentazione che non lasci ombra di dubbio) e chiarezza delle spiegazioni da un punto di vista didattico⁴.

La necessità di avere a disposizione manuali per sviluppare una pubblica istruzione generalizzata a un sempre maggior numero di cittadini era presente fin dai documenti e rapporti al riguardo del periodo della Rivoluzione francese, e lo stesso Condorcet se ne era occupato. Citiamo quanto scriveva Luigi Cremona nel 1873⁵:

Più specialmente nella dotta e operosa Germania si vedono ogni dì venire in luce nuovi libri, che espongono la geometria proiettiva o da sé o insieme con la geometria ordinaria, sotto forma man mano più semplice, più elementare, *più accessibile agli ingegni anche mediocri*: i quali libri, perché destinati ai ginnasi e alle scuole reali (Realschule), mostrano come la neuere Geometrie sempre più guadagni terreno nell'istruzione secondaria. Opere siffatte, benché con intenti meno definiti, sono state pubblicate anche in Inghilterra ed in Francia.

³ Si andò delineando persino una proposta di geometria intuitiva per l'istruzione – domestica o in giardini d'infanzia – dei bambini di meno di sei anni, dai suggerimenti di Pestalozzi sulla forma come propedeutica all'alfabetizzazione e di Fröbel sulla disposizione naturale dei più piccoli alle forme geometriche fino ai libri di Grace Chisholm Young (1868-1944) e di Maria Montessori (1870-1952).

⁴ Si veda Israel, Millán Gasca 2012, pp. 339 e seguenti. L'esigenza di spiegare la matematica in classi organizzate (quindi non di comunicare tra specialisti) era una delle motivazioni nella ricerca del rigore, e ne è un esempio illustre quello del lavoro al riguardo di Cauchy, professore dell'École Polytechnique di Parigi e autore di manuali.

⁵ La citazione è tratta dalla prefazione degli *Elementi di geometria proiettiva ad uso degli istituti tecnici* di Cremona, manuale tradotto in francese, spagnolo, tedesco, inglese. Si veda Millán Gasca 2011.

Cremona, matematico di fama ma anche uomo del Risorgimento, era spinto dall'afflato patriottico, come tanti studiosi ottocenteschi autori di manuali o traduttori di manuali (egli stesso aveva tradotto gli *Elementi di matematica* di Richard Baltzer). Ma nel contempo le innovazioni ottocentesche avevano il vaglio internazionale, anche perché gli autori nazionali entravano in concorrenza con le traduzioni di autori stranieri. Innovare i manuali era un impegno gravoso, tanto più per professori universitari che, con lo sviluppo dell'etica della ricerca, consideravano la pubblicazione di articoli originali la manifestazione principale del loro valore come studiosi. Scrive Cremona:

Fare un libro elementare, un libro che schiettamente si adatti alle scuole, è cosa difficilissima e che richiede molto e molto tempo. Per chi vive di scienza, tale impresa è piena di dubbi, di sacrifici e di amarezze: per mesi e mesi, ed anche per anni, dover lasciar da canto i più cari studi, chiudere negli scaffali e nascondere a voi stesso i libri più nuovi e più curiosi, mettervi a litigare con l'abbicci della scienza; fare, disfare e rifare il vostro lavoro, tre, quattro volte, insomma sciupare il meglio delle vostre forze. Se riuscite, gloria non avrete: già non la speravate nemmeno, ché a siffatte fatiche altri non ci si sobbarca che per beneficio altrui. Di lucro non se ne parla; in Italia non accade sempre che un libro non pessimo trovi fortuna; sebbene, potete star certo che da qualche parte usciranno voci ad accusarvi di basso traffico.

Peraltro, egli difese attivamente il valore degli *Elementi* di Euclide nell'insegnamento liceale, promuovendone una nuova edizione italiana. Si opponeva, da una parte, ai manuali dove la geometria euclidea piana e solida veniva introdotta con le coordinate, "traducendo" i teoremi di Euclide nel linguaggio dell'algebra⁶, poiché considerava che la modernizzazione non coincideva con il valore formativo: l'algebra nascondeva gli aspetti intuitivi del ragionamento geometrico e trasformava questo ragionamento in procedure meccaniche relative alle equazioni. Ma egli si opponeva anche agli adattamenti semplificati che circolavano sempre di più, perché l'editoria scolastica si andava allargando in tutta Europa, ed erano molti gli autori alla ricerca del guadagno economico che la professione dell'insegnamento non offriva.

Le aritmetiche elementari e i sussidiari per la scuola dell'obbligo

Per quanto riguarda invece l'aritmetica della scuola primaria, alla base della linea secolare dei sussidiari si trova una grande innovazione europea, ossia la nascita nei comuni italiani, in particolare in Toscana, di scuole di aritmetica per insegnare la scrittura dei numeri con le cifre indiane e gli algoritmi in colonna, e per addestrare futuri contabili o geometri alla risoluzione di problemi di calcolo (cambio delle monete, ripartizioni, miscele) e di misura di lunghezze, aree e volumi. In tal modo si importava, dal mondo di lingua araba, un'innovazione, il calcolo scritto, che si innestava sulla lunga tradizione di un addestramento tecnico sui numeri; la seconda innovazione fu proprio che i maestri d'abaco di queste scuole d'abaco iniziarono a compilare i loro manuali, i trattati d'abaco caratterizzati da una grande cura verso la propedeuticità, la chiarezza dell'esposizione, l'organizzazione delle lezioni e dei compiti, la scelta dei problemi e degli esempi, inclusi gli aspetti ricreativi, con un'attenzione all'efficacia tipico della mentalità che diede origine

⁶ Due tra i manuali di matematica best seller nel loro tempo e usati per quasi cent'anni, seguivano questa seconda via, *Elementi di geometria* di Adrien-Marie Legendre (1752-1833), pubblicato nel 1794, e *Elementi di geometria*, pubblicato nel 1799, di Sylvestre François Lacroix (1765-1843).

alla rivoluzione industriale del Medioevo. Questa trattatistica (in italiano ma anche in tedesco) era quindi a disposizione e fu ereditata, innestata sull'idea di istruzione popolare primaria all'inizio dell'età moderna, in ambito protestante e in ambito cattolico. Dall'invenzione della stampa fino al tardo Ottocento vi fu una grande continuità, tanto che l'"alfabetizzazione matematica" diventò una routine molto sclerotizzata⁷. Le critiche, e i tentativi di innovazione, sono successivi alla diffusione dell'idea di pubblica istruzione della rivoluzione francese e al soprattutto all'influsso delle idee del pedagogista Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), che portarono sia a tentativi di introdurre forme più consone al modo di apprendere dei bambini (il teatro, i racconti), sia ad alcune aritmetiche innovative⁸.

Questa tradizione di manualistica si è imposta in tutto il mondo, persino nel paese con una più solida tradizione autonoma di calcolo e matematica, la Cina. Infatti, la matematica "occidentale" sostituì la tradizione matematica cinese sui banchi di scuola solo all'inizio del Novecento. Questa evoluzione fu preparata dalla traduzione in cinese degli *Elementi*, così come dalla stesura di un libro di testo per la scuola elementare in cinese a partire da modelli europei e statunitensi.⁹

2 Una situazione di crisi e l'evoluzione dei manuali di matematica della scuola primaria

Il quadro che emerge, nei primi decenni del Novecento, per i manuali di matematica in tutta Europa e nei paesi il cui sistema di istruzione era di derivazione europea (come gli Stati Uniti o l'Argentina) è quello di un'inerzia risultata di abitudini lungamente sedimentate, lo stile un po' dogmatico tipico della manualistica scientifica, da "catechismo", come scrisse il matematico Giuseppe Peano a proposito delle aritmetiche elementari, oppure la monotonia di pagine e pagine di esercizi – nei manuali per le scuole secondarie – senza nessuno sforzo volto a coinvolgere gli allievi e a far amare il pensiero matematico. Vi era quindi un'indubbia esigenza di adeguare i libri, aggiornandoli e soprattutto curando la presentazione dei contenuti e la loro comunicazione, senza ripetere pedissequamente gli stessi esercizi e la stessa struttura ereditate dal passato. Nel contempo, era presente una potenzialità innovativa, come dimostrano gli esempi citati sopra, e in quegli anni essa aveva a disposizione, da una parte, le ricerche storico-filosofiche e matematiche sui concetti di base della matematica di fine Ottocento-inizio Novecento e, dall'altra, una maggiore consapevolezza dell'universo intellettuale dei bambini e ragazzi. Matematici di alto livello si interessarono così alla matematica elementare, e la stesura di manuali aveva a monte una serie di saggi

⁷ Solo recentemente sono iniziate le ricerche su questi manuali dal Seicento all'Ottocento, anche per la difficoltà di reperire i testi, che molto spesso non si conservano nelle biblioteche perché considerati una produzione libraria di poca importanza, destinata all'uso; si veda Falcolini 2007 (per l'Italia) e Dennis 2009 (per la Gran Bretagna).

⁸ Su questi temi ho in corso delle ricerche, su cui non è opportuno dilungarsi in questa sede, ma il cui interesse, oltre che prettamente storiografico, riguarda anche la stesura di testi per la scuola primaria oggi.

⁹ Il missionario statunitense Calvin Wilson Mateer (1836-1908) fu l'autore del primo sussidiario sul "calcolo con carta e penna" ampiamente usato in Cina (si veda Ma 1999).

sulla matematica elementare da un punto di vista superiore¹⁰. In Italia furono scritti in quegli anni i manuali di geometria di Federigo Enriques (1871-1946) e Ugo Amaldi (1875-1957), espressione della maturità pedagogica della cultura matematica europea, che ancora aveva come fondamento la sostanziale fiducia nella trasmissione di una serie di contenuti basilari di aritmetica e geometria generalmente accettati¹¹. Di conseguenza, la critica radicale della scuola tradizionale, del ruolo degli insegnanti, della disciplina, dei metodi e, d'altra parte, l'analisi psicologica dei processi di apprendimento che si andava sviluppando soprattutto negli Stati Uniti, aveva ancora un impatto modesto sull'insegnamento della matematica e sui manuali. Ma ben presto le cose erano destinate a cambiare.

La crisi dell'istruzione del dopo Seconda guerra mondiale – che è stata lucidamente identificata e descritta da Hannah Arendt (1906-1975) nel suo celebre saggio di questo titolo già nel 1961 – ha avuto un profondo influsso anche sulla matematica. Tale crisi ha molteplici radici nella storia delle idee, ma ha assunto una connotazione di così radicale messa in discussione della scuola negli Stati Uniti e nei paesi europei occidentali forse a seguito della catastrofe generale della cultura europea. La matematica, che era riuscita ad adattarsi e reinventarsi come disciplina formativa di base anche in mezzo ai processi di modernizzazione dell'Ottocento, si è dovuta confrontare anche con due nuovi settori di ricerca, la psicologia dell'educazione e la psicologia dello sviluppo, ed è stata sottoposta a un processo molto stressante caratterizzato per la rottura di quegli assi direttivi che erano rimasti indenni fino ad allora. Come scrisse lucidamente René Thom (1923-2002), per la matematica si è sovrapposta un'esigenza di rinnovamento pedagogico con quella di rinnovamento dei contenuti matematici che erano praticamente rimasti indiscussi per secoli (Thom 1979). Oltretutto – come sottolineava Thom – vi era il convincimento che il rinnovamento dei contenuti avrebbe portato al rinnovamento didattico nella scuola primaria perché avrebbe scardinato prassi molto consolidate dei maestri: facendo loro sentire l'“arretratezza” della propria visione della matematica, si sarebbe ottenuto un insegnamento più attivo, in cui l'allievo fa da sé. La *modernizzazione dei contenuti* (secondo le tendenze della ricerca matematica nel dopoguerra, e soprattutto del bourbakismo, che apparivano in consonanza con le ricerche di Jean Piaget (1896-1980) sulla mente matematica infantile) significava l'uso della simbologia insiemistica e l'accento posto sull'algebra più che sulla geometria. In alcuni paesi, principalmente di area francofona o sotto l'influsso culturale forte della cultura francese, e negli Stati Uniti, i contenuti della matematica moderna furono innestati in modo accelerato, e nei manuali degli anni Sessanta e Settanta comparvero gli insiemi (nella scuola primaria); le corrispondenze o la definizione di numero negativo attraverso classi di equivalenza (nella scuola media); e

¹⁰ Quali i libri pubblicati da Federico Enriques con i suoi collaboratori, *Questioni riguardanti le matematiche elementari* (fra il 1900 e il 1927), da Felix Klein (1849-1925), *Elementarmathematik vom Höheren Standpunkt* (1924-28), da Richard Courant (1888-1972) con H. Robbins, *What is mathematics? An Elementary Approach to its Ideas and Methods* (1941) e da George Polya, *How to solve it* (1945).

¹¹ Si veda Israel 1992 e Israel, Millán Gasca 2012. In questo contesto si colloca la formazione di Emma Castelnuovo, la quale ha ricordato nei suoi scritti come questa impostazione si collegava direttamente alla rilettura del lavoro di Clairaut, e quindi non si trattava di interrompere una tradizione ma di rinnovarla.

l'algebra lineare (nella scuola secondaria superiore). E soprattutto fu eliminata la geometria: non a caso il motto dei rinnovatori era stato quello di Abbasso Euclide!

Tuttavia, questa strada radicale non fu percorsa ovunque, e quindi si ruppe l'omogeneità del passato: si è arrivato così a un panorama attuale a livello internazionale molto variegato. In alcuni paesi, l'introduzione dell'insiemistica è avvenuta soltanto dopo alcuni anni, sfalsata nel tempo, quando altrove si incominciava a tornare indietro, perché si cominciavano ad avvertire le conseguenze negative dei cambiamenti¹². Un esempio lo può offrire l'evoluzione comparata dei libri della scuola primaria in Spagna (che ha aderito nella prima ora all'insiemistica) e in Italia (che ha aderito con molta prudenza, lentamente): negli ultimi anni non vi è traccia di insiemi nei libri spagnoli delle prime classi, mentre in Italia si trovano oggi nei libri di prima e della scuola dell'infanzia, proprio mentre – a livello internazionale – si sottolinea l'opportunità di introdurre i numeri naturali attraverso il contare. In altri paesi non si è mai interrotto il collegamento con la tradizione, come in Unione Sovietica e altri paesi dell'Europa dell'Est o in Cina: poiché nell'area comunista la tradizione scolastica europea è stata in parte preservata (seppur posta al servizio degli ideali palinogenetici, per formare il popolo all'ideologia di regime), i manuali sovietici per la scuola secondaria si sono evoluti migliorando la presentazione e gli esempi, pur mantenendo una veste tipografica molto semplice.

Fino a poco tempo fa, d'altra parte, i manuali di matematica, indipendentemente dai loro contenuti, rimanevano generalmente di piccolo formato (in ottavo), senza fronzoli (poche illustrazioni raramente a colori, in bianco e nero o con un solo colore, il testo diviso in lezioni o capitoli con sottoparagrafi e qualche regola evidenziata) con titoli come Calcolo, Matematica, Elementi di, Aritmetica ecc., molto simili ai libri del passato.

A partire dagli anni Ottanta-Novanta, laddove era sentita una situazione di difficoltà e di disorientamento nell'insegnamento della matematica, si è pensato di trovare la soluzione nella produzione di libri di testo che *incorporino i risultati della ricerca in didattica della matematica*. L'esempio paradigmatico è quello dei testi K-12 (per le classi dai 5 ai 18 anni) elaborati con un finanziamento della National Science Foundation¹³. Le scelte sono state varie, e quindi questa tendenza ha ulteriormente complicato il panorama, in particolare nella scuola primaria.

I manuali della scuola primaria oggi

L'esame delle proposte che, a livello internazionale, sono frutto della riflessione didattica, rende evidente che è la qualità del progetto culturale che porta alla buona riuscita dell'intero progetto editoriale. L'elaborazione dei libri di testo coinvolge sempre più aspetti tecnici (fra cui l'impaginazione, le illustrazioni, i grafici matematici, i materiali manipolabili come orologi, bastoncini, occhiali 3D, libro di specchi). Tuttavia,

¹² Negli Stati Uniti fece scalpore il libro Kline 1973. Sulla Francia e la Spagna si veda Millán Gasca 1994; e si veda l'analisi di Russo 1998. In Spagna alla fine degli anni Ottanta – dopo un'ubriacatura di matematica moderna, sotto l'influsso francese – Miguel de Guzmán iniziò a pubblicare una serie di manuali partendo dall'ultimo anno di liceo, ritornando in parte al passato grazie a un'interpretazione molto libera dei programmi in vigore: ad esempio, reintroducendo la geometria, oppure i problemi di proporzionalità con miscele, movimenti rettilinei uniformi e rubinetti.

¹³ Un'analisi dei testi elaborati con questo programma di investimenti si trova in Reys e Reys 2007 e una critica radicale in Klein 2007, entrambi consultabili in rete.

l'introduzione di una serie di “tecniche” didattiche del tutto scollegate da una visione della matematica stessa (come era stato invece per l'insiemistica, per quanto discutibile essa fosse), porta risultati deludenti. La presenza di un *progetto culturale consapevole della matrice culturale dell'insegnamento della matematica* – quella che abbiamo descritto a grandi linee nel paragrafo precedente – rende invece possibile innestare idee didattiche innovative e proporre grafica e illustrazioni che sollecitano l'attenzione intellettuale del bambino, offrendo spunti di osservazione di stampo matematico: nelle Fig. 1-4 si propongono alcuni esempi di pagine di manuali, fra cui alcune di libretti modesti dal punto di vista della carta e della grafica, come quelli usati nella scuola primaria in Cina¹⁴ o in Nepal.

Fra le novità che si sono dimostrate efficaci, si possono citare: le illustrazioni che rinviano all'uso dei materiali concreti (abaco, bacchette, dita) per accompagnare le spiegazioni di aritmetica, e la presenza “dentro il libro” di materiali concreti di carta; oppure la considerazione delle figure solide prima o insieme alle figure piane; e anche la discussione rivolta ai bambini sul modo di risolvere i problemi di matematica, sulla scia degli esempi del matematico ungherese George Polya (1887-1985) per la scuola secondaria. Tutti aspetti, per la verità, già discussi cent'anni fa. Inoltre, è un elemento molto positivo una grafica moderna alleata dei contenuti, che aiuti la concentrazione, da una parte, e incoraggi l'osservazione e il pensiero, dall'altra.

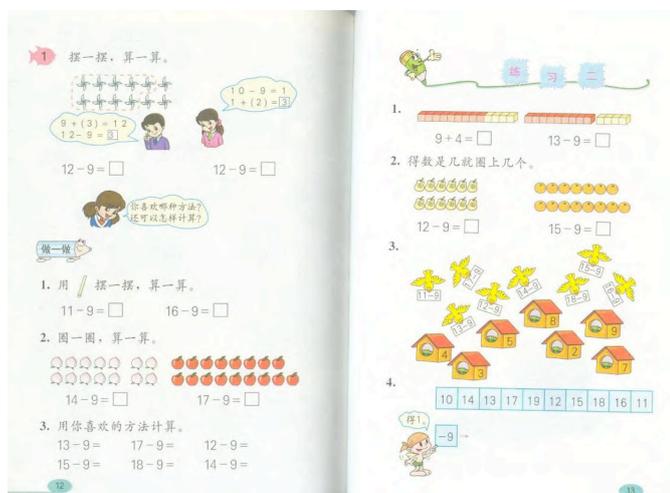


Fig. 1 Una pagina del manualetto di matematica cinese in tre fascicoli per la classe I (Bartolini Bussi 2009)

¹⁴ Si rinvia ai lavori di Bartolini Bussi e alla descrizione di Ma del lavoro anno per anno dei maestri cinesi.

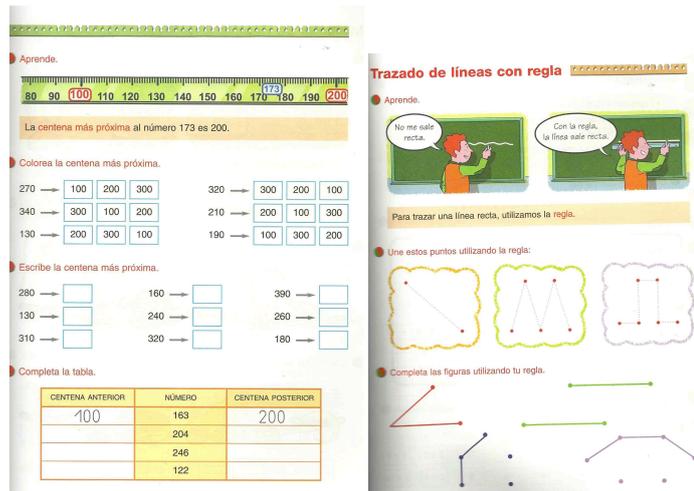


Fig. 2 Due pagine del manuale per la classe II di L. Ferrero, M.C. Jiménez e M.G. Martín (Anaya, 2007)

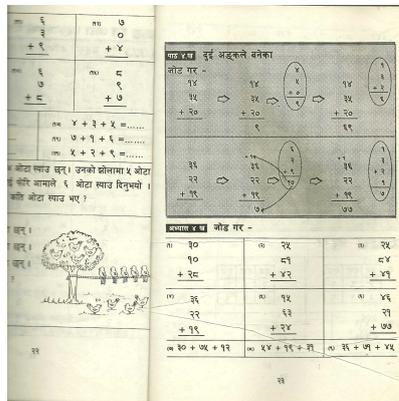


Fig. 3 Una pagina da un manuale nepalese di matematica per la classe terza (si ringrazia C. Falcolini)

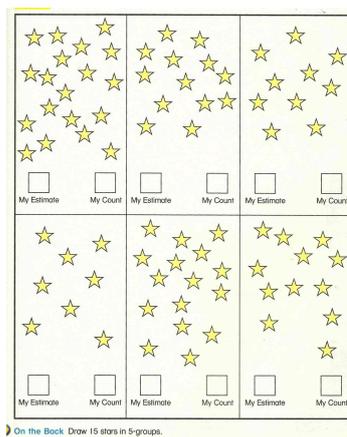


Fig. 4 Una pagina del manuale per l'ultimo anno della scuola dell'infanzia di Karen Fuson (Houghton Mifflin, 2006)

L'altra faccia della medaglia sono testi (di cui non offriremo esempi, ma ve ne sono tanti fra libri italiani, francesi, spagnoli, statunitensi di primaria e scuola dell'infanzia degli ultimi anni) in cui le stesse idee – i materiali concreti e l'attenzione alla presentazione – sono declinate in un modo insensato, privo di valore matematico: pagine e caratteri eccessivamente grandi e dispersive, con un uso stridente del colore; fiori e farfalle,

ghiane, ciliegie e abaci che inondano le pagine; un linguaggio semplicistico e personaggi e animaletti che rasentano il ridicolo e non hanno niente dei migliori personaggi dei fumetti e cartoni animati per bambini (fra cui il senso dell'humour). In generale, si tratta, nello stile, dell'abbandono di un tono di manualetto "serio" seppure infantile, nel senso migliore di entrambe le parole (a cominciare dai titoli dei libri e le loro copertine), la perdita cioè di ciò che il pacco di libri sottobraccio di Pinocchio significava di diverso dal paese dei balocchi. Tutti aspetti esterni da non sottovalutare, perché nascondono un'incapacità di andare al cuore delle questioni matematiche: ciò che si cerca in realtà è soltanto di "nascondere" che si sta parlando di matematica, di camuffare la matematica in qualcosa di "divertente", qualcosa che *non è matematica*. L'effetto boomerang è sicuro, come dimostra la pratica didattica in classe, anche perché i bambini di oggi hanno molta più esperienza con il disegno e la grafica di quelli del passato, e l'apparato grafico desta il loro interesse se esso è collegato ai contenuti di matematica che si discutono nel libro.

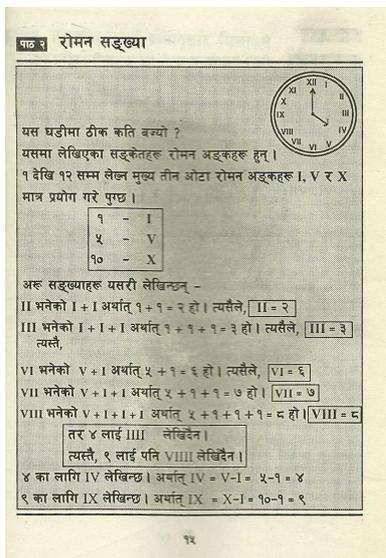
Questi risultati peggiori si trovano proprio perché si sceglie non di *rinnovare* ma di *sostituire* la prassi tradizionale e i contenuti tradizionali con altri che rifletterebero la struttura psicologica dell'apprendimento infantile. Ad esempio, sono stati introdotti i "prerequisiti" (davanti dietro destra sinistra negazione logica e così via); è stata esasperata una tendenza peraltro non nuova all'introduzione di "leggi" e distinzioni di ordine didattico volte a facilitare l'apprendimento dell'aritmetica (come, in Italia, la proprietà dissociativa, o la divisione "per contenenza" e "per ripartizione"); si è rallentato il ritmo di introduzione delle quattro operazioni, separandole le une dalle altre e, come è stato rilevato, allontanando la divisione, o rimuovendo completamente la divisione delle frazioni¹⁵. Quanto ai problemi, l'introduzione di esempi e riflessioni sulla scia dei contributi di Polya è cosa ben diversa dal propinare ai bambini una spiegazione metodologica riduzionista basata sui diagrammi di flusso, radicalmente opposta al ruolo formativo dei problemi di matematica.

Vogliamo aggiungere una domanda e proporre un esempio prima di arrivare alle conclusioni. Se, a differenza del quanto avveniva nel passato, la situazione oggi a livello internazionale non è più omogenea, si deve desumere che ha smesso di operare quel meccanismo virtuoso di confronto internazionale che era tipico dell'Ottocento, ma che poggiava su una condivisione di alcuni capisaldi? Non vi è dubbio che dapprima le guerre originatesi in Europa e, nel dopoguerra, la divisione in due blocchi politici contrapposti hanno danneggiato i contatti culturali e le iniziative di traduzione. Ad esempio, nelle università americane, fra gli anni Sessanta e Settanta, vi era chi aveva compreso la validità dei libri di testo russi e ha condotto un faticoso lavoro di traduzione tutto interno al mondo accademico, senza trovare poi il modo di pubblicare e commercializzare questi testi. D'altra parte, a partire dagli anni Novanta del secolo scorso, con la caduta della cortina di ferro e con la globalizzazione della concorrenza commerciale, la comunicazione internazionale è migliorata e si è tornato a confrontare le esperienze in chiave competitiva; e tuttavia il confronto internazionale si è irrigidito,

¹⁵ La situazione della divisione è stata analizzata da Marc Le Bris (2004) confrontando proprio i manuali francesi per la scuola primaria degli anni Sessanta con quelli attuali. Quanto alla divisione delle frazioni, Liping Ma (1999/2010) ha mostrato che gli insegnanti americani sono i primi a non avere dimestichezza con questa operazione, in contrasto con i maestri cinesi, che la conoscono e sanno anche come spiegarla ai bambini (si veda anche Millán Gasca 2011b).

perché esso avviene per mediazione delle *indagini internazionali comparative sul rendimento* degli studenti in matematica: si confrontano dei numeri e le posizioni in una graduatoria, e quindi si desume che i libri sui quali studiano i bambini (cinesi, oppure finlandesi, oppure del Singapore) siano i migliori e gli editori intraprendono la traduzione dei testi.

Il panorama odierno dei libri di testo di matematica della scuola primaria offre a livello internazionale – e abbiamo tentato di esporre i motivi – una situazione opposta a quella di cent'anni prima, ossia una grande varietà, frutto di una sovrapposizione di cambiamenti nel corso degli ultimi cinquant'anni: vi sono libri monografici per ogni classe, oppure sussidiari con alcune poche pagine di matematica; vi sono libri divisi in capitoli tematici, oppure libri formati da schede senza una struttura tradizionale; vi sono libri di grande formato e pieni di colori e di illustrazioni oppure libri piccoli e di poche pagine, con alcune semplici illustrazioni o figure in bianco e nero. Si arriva a fatti paradossali, come l'assenza in alcuni libri italiani – pletorici di disegni e riquadri e colori – dei numeri romani, mentre essi si trovano nei libricini del Nepal.



I numeri romani in un libro di testo di matematica per la classe III (Nepal)

Ora, i bambini di Nepal difficilmente potranno vedere i numeri romani nella loro vita quotidiana, e nel libretto si illustrano gli esercizi, con semplicità e buon senso, con alcuni disegni di orologi; ma evidentemente poiché la tradizione lo tramanda, essi continuano a essere parte dell'alfabetizzazione numerica laddove, per l'appunto, questa tradizione sopravvive, dall'Asia all'Africa. Questa tradizione, un tempo giustificata da motivi pratici, d'uso, non ha perso il valore formativo, ossia il fatto che illustra ai bambini il fatto che i simboli numerici sono rappresentazioni di un concetto astratto, come lo sono i vocaboli numerali nelle varie lingue.

Ebbene, i bambini italiani, che sono coloro che ancora hanno molte occasioni di vedere i numeri romani attorno a sé e per i quali questi simboli hanno un valore storico-culturale, non trovano i numeri romani nei testi: non perché nessuno li abbia eliminati dai “programmi” (che non esistono), ma perché – forse – si pensa che siano difficili, che non bisogna accumulare le questioni, quando invece la matematica della scuola primaria è una rete intricata di nessi concettuali e non si può ridurre a pillole. È questa la sfida di chi scrive un libro di testo per la scuola primaria. Perché, d'altra parte, i contenuti di questa materia nella scuola primaria rimangono essenzialmente gli stessi di sempre, condivisi a livello internazionale, se mai con uno spazio maggiore per la geometria intuitiva.

3 I libri di testo di matematica per la scuola dell'obbligo: una strada di rinnovamento

Negli ultimi anni è diventato noto che i bambini e ragazzi dell'Estremo Oriente vanno forti in matematica, ed in particolare in Cina. L'analisi dei libri che usano per la matematica nella scuola primaria, tre libretti esili per ogni classe unificati praticamente in tutto il paese, dimostra che questi libri mantengono una *sostanziale continuità con il libri del passato* per quanto riguarda i contenuti e il ritmo di apprendimento dei bambini, incorporando metodi didattici recenti; la matematica è presentata ai bambini come una sfida per la mente e come una cosa interessante ma “seria”, diversa ad esempio dai fumetti o dall'enigmistica. Appaiono diversi e più adeguati all'universo infantile di quelli del passato, ma senza proprietà inventate e senza innovazioni dannose come quella di presentare in rigida sequenza le quattro operazioni: più che di continuità potremmo parlare di *sintonia*, di rispetto di una trama di fili che sono la decantazione di anni di prassi didattica. E vi sono molti altri esempi virtuosi di libri per la scuola dell'obbligo – ne abbiamo proposto alcuni esempi per la scuola primaria – in cui è sì presente la ricerca didattica, ma è presente la matematica vera e propria, che oggi possiede una visione molto ricca di aspetti come il concetto di numero, gli insiemi numerici, l'origine della geometria, ed è presente un'introduzione genuina anche se elementare al pensare in matematica.

Ciò che contraddistingue i libri peggiori è proprio una fragilità culturale che deriva dalla *riduzione dell'insegnamento e dell'apprendimento (incluse le “difficoltà” di apprendimento) a una mera tecnica* di psicologia applicata; essi rivelano l'incapacità degli autori di vedere la matematica come qualcosa di diverso da un insieme di procedure, e talvolta la debolezza del loro background matematico: ciò che propongono infatti è poco più di ciò che essi stessi hanno appreso nei loro percorsi scolastici, senza incorporare tutte le novità che provengono dalla cultura matematica stessa sull'“inizio della matematica”. Proprio per questo motivo essi non fanno scattare nei bambini le loro migliori disposizioni, l'immedesimazione, l'osservazione del mondo reale, il gioco; e nei ragazzi lo stupore, la curiosità, il desiderio di superare sé stessi. Sono tutte risorse che la matematica vera riesce a destare: bisogna *presentare i contenuti classici restituendoli alla cultura e collegandoli all'esperienza*. Se non si crede in questa potenza della matematica o se essa non si conosce, si fa ricorso a un accumulo di disegni foto, riquadri e colori; il numero di pagine aumenta, senza che esse facciano diminuire le pagine e pagine di esercizi che rimangono come eredità di una visione precedente della matematica meccanica e puramente procedurale. Si arriva così a libri ingombranti e difficili da tenere in mano e da consultare, che non rimarranno nella biblioteca degli allievi delle scuole primarie e secondarie come succedeva invece con molti buoni libri fino agli anni Settanta.

L'introduzione della digitalizzazione potrebbe offrire un'occasione per realizzare una “cura dimagrante”, a condizioni però che le pagine a stampa, anche se poche, siano il frutto di un lavoro di scrittura e di *una proposta di innovazioni a scuola che sia saldamente inserita nella cultura matematica e pedagogica* che gli autori conoscano e rispettino. Allora i libri a stampa non saranno un prodotto effimero, ma potranno rimanere negli scaffali domestici, dove, è bene ricordarlo, in molte famiglie, saranno i primi libri a fare atto di presenza.

L'ultima considerazione riguarda proprio il ruolo degli insegnanti. Alcuni libri, anche ben concepiti, sembrano cortocircuitare gli insegnanti invece di offrirsi come uno strumento di comprensione e comunicazione della matematica (per i bambini) o di studio della matematica (per i ragazzi) e nel contempo uno strumento didattico per l'insegnante. Alle volte, l'eccessivo numero di pagine e di esercizi manifesta proprio questo scopo; alle volte (vi sono esempi a partire dagli anni Ottanta) i libri formati da schede di "auto apprendimento" manifestando la stessa tendenza. Alla base ci può essere la "comodità" di alcuni insegnanti che vogliono trovarsi pronta la lezione del giorno dopo, invece di preparare e pensare la lezione; ma altre volte vi è alla base, da parte di chi concepisce e propone il libro, una sostanziale sfiducia nella capacità degli insegnanti, sia dal punto di vista didattico che da quello matematico. Per reazione vi sono insegnanti che, a loro volta, tentano di cortocircuitare gli editori e gli autori, con il libro fai da te, magari scaricato su internet, e improvvisato negli aspetti tecnico-grafici, nella scrittura e nell'organizzazione. Abbiamo bisogno di libri più agili ma elaborati, che siano complici degli insegnanti nel piacere di insegnare e nell'amore per la cultura, per migliorare l'istruzione matematica, per introdurre con buon senso e consapevolezza gli strumenti informatici nella scuola, e per destare la vocazione scientifica nelle giovani generazioni.

Bibliografia

- Hannah ARENDT, 1961 "The crisis in education", in *Between Past and Future*, New York, Viking; trad. it., "La crisi dell'istruzione", in *Tra passato e futuro*, Milano, Garzanti, 2001, pp. 228-255.
- M. G. BARTOLINI BUSSI, 2009, "Perché i bambini cinesi sono più bravi in matematica", Ciclo di conferenze *Innovazione e tradizione nella matematica e nel suo insegnamento* (A. Millán Gasca, dir.), Università di Roma Tre, http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/Bartolini_16novembre2009.pdf
- M. G. BARTOLINI BUSSI, 2011, "Culture lontane come risorsa: la Cina", in L. Cerrocchi e A. Contini (a cura di), *Culture migranti. luoghi fisici e mentali d'incontro*, pp. 281-299, Trento: Erickson.
- Alain CHOPPIN, 2001 "Les manuels scolaires" in Jacques Michon, Jean-Yves Mollier (a cura di), *Les mutations du livre et de l'édition dans le monde du XVIIIème siècle à l'an 2000*, Presses Université Laval, Sainte-Foy, Québec.
- Alain CHOPPIN, 1993 *Manuels scolaires, États et sociétés, XIXe-XXe siècles*, numero monografico della rivista «Histoire de l'Éducation», 58.
- John DENNIS, 2009, "Learning arithmetic: textbooks and their users in England 1500-1900", in Eleanor Robson, Jacqueline Stedall (a cura di) *The Oxford Handbook of the History of Mathematics*, Oxford, Oxford University Press, 448-467.
- Corrado FALCOLINI, 2007, "L'insegnamento dell'abaco e della matematica elementare a Roma tra XVII e XIX secolo", in C. Covato e M. I. Venzo (a cura di) *Scuola e itinerari formativi dallo Stato Pontificio a Roma capitale. La scuola primaria*, Milano, Unicopli, 120-144.
- Raffaella FRANCI 2003 "Leonardo Pisano e la trattatistica dell'abaco in Italia nei secoli XIV e XV", *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, 23 (2), 33-54.
- David KLEIN, 2007, *School math books, nonsense, and the National Science Foundation*, «American Journal of Physics», 75(2), 101-102 in rete <http://www.csun.edu/~vcmth00m/nsf.html>
- Morris KLEIN, 1973, *Why Johnny can't add. The failure of the new math*, New York, St. Martin's Press
- Thomas F. KUHN, 1970, *The structure of scientific revolutions*, 2° ed., Chicago, Chicago University Press (tr. it., *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Torino, Einaudi, 2009).
- Giorgio ISRAEL, 1992, "Federigo Enriques e il ruolo dell'intuizione nella geometria e nel suo insegnamento", saggio introduttivo all'edizione anastatica del volume: F. Enriques, U. Amaldi, *Elementi di Geometria* (Zanichelli, Bologna, 1945), Pordenone, Edizioni Studio Tesi, pp. IX-XXII.

- Giorgio ISRAEL 2008, *Chi sono i nemici della scienza? Riflessioni su un disastro educativo e culturale e documenti di malascienza*, Torino, Lindau.
- Giorgio ISRAEL, Ana MILLAN GASCA, 2011, *Pensare in matematica*, Bologna, Zanichelli.
- Pierre LAMANDÉ, 1993, “Trois traités français de géométrie à l'orée du XIXe siècle: Legendre, Peyrard et Lacroix”, *Physis Rivista Internazionale di Storia della Scienza* (N.S.), 30 (2-3), 243-302.
- Marc LE BRIS, 2004, *Et vos enfants ne sauront pas lire... ni compter*, Paris, Stock.
- Erika LUCIANO, 2009, “Innovare i libri di matematica per la scuola: uno sguardo alla proposta di Giuseppe Peano e della scuola”, in Ciclo di conferenze *Innovazione e tradizione nella matematica e nel suo insegnamento* (A. Millán Gasca, dir.), Università di Roma Tre, http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/archivio_2009_primavera.htm
- Liping MA, 1999 *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: teachers understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Mahwah-London, Lawrence Erlbaum Associates; nuova ed. 2010, New York-Abingdon, Routledge.
- Marta MENGHINI 2010, “La geometria intuitiva nella scuola media italiana del '900”, *La matematica nella società e nella cultura. Rivista della Unione Matematica Italiana*, Serie I, 3, 3999-429.
- Ana MILLAN GASCA, 1996, “Il problema delle patate”, *Lettera matematica Pristem*, 19-20, pp. 27-29.
- Ana MILLAN GASCA, 2004, *La fuerza del razonamiento matemático. Euclides*, Madrid, Nivola.
- Ana MILLAN GASCA, 2011, “I falsi miti che hanno rovinato i nostri piccoli matematici”, «Il sussidiario», 6/15.
- Ana MILLAN GASCA, 2011b, “Mathematicians and the nation in the second half of the nineteenth century as reflected in the Luigi Cremona correspondence”, *Science in Context*, 24 (1), pp. 43-72.
- Ana MILLAN GASCA, 2011c, “Il ruolo della storia nell'insegnamento della matematica nella scuola primaria”, Convegno nazionale *La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori*, <http://php.math.unifi.it/convegnostoria/materiali/MillanGasca.pdf>
- Ana MILLAN GASCA, 2012, *Note sull'insegnamento della matematica nella scuola primaria*, Sito web del libro *Pensare in matematica*, <http://online.scuola.zanichelli.it/israel/files/2010/12/Matdid2.pdf>
- Barbara J. REYS, Robert E. REYS 2007 *An agent of change: NSF Sponsored mathematics curriculum development*, «NCSM Journal», Spring, pp. 58-64, in rete all'indirizzo <https://mospace.umsystem.edu/xmlui/bitstream/handle/10355/2499/NSFSponsoredMathematicsCurriculumDevelopment.pdf?sequence=1>
- Lucio RUSSO, 1998, *Segmenti e bastoncini*, Milano, Feltrinelli.
- René THOM, 1979, “La matematica moderna, esiste?”, in C. Sitia (a cura di), *La didattica della matematica oggi. Problemi, ricerche, orientamenti*, Bologna, Pitagora Editrice, pp. 111-129 (Conferenza al Congresso “Developments in mathematical education”, International Commission for Mathematical Instruction, Exeter, 1972, ed. originale inglese a cura di A.G. Howson, Cambridge University Press, 1973), in rete all'indirizzo <http://online.scuola.zanichelli.it/israel/files/2010/12/Matdid4.pdf>