

INDICAZIONI NAZIONALI per la SCUOLA PRIMARIA

Matematica

(proposta di Giorgio Israel presentata alla Commissione del MIUR per la revisione delle Indicazioni Nazionali del 1° ciclo - 2011)

PROFILO GENERALE E COMPETENZE

L'obiettivo generale dell'insegnamento della matematica nelle scuole primarie è che lo studente acquisisca una relazione d'intimità con i numeri, una familiarità con il loro uso concreto e una conoscenza delle idee fondamentali della geometria solida e piana. In altri termini, l'obiettivo è che lo studente acquisisca la conoscenza dei numeri interi naturali e delle loro frazioni e sappia manipolare con sicurezza le quattro operazioni. Inoltre, al termine del ciclo primario, egli avrà sviluppato la capacità di far uso dei numeri in problemi concreti, in particolare di conteggio e di misura, anche rivolti a temi delle scienze della natura acquisendo così le basi per un più ampio uso della matematica nelle applicazioni che verranno studiate nella scuola secondaria di primo grado. Avrà appreso a sviluppare semplici deduzioni relative agli enti geometrici avvalendosi della loro misurazione e anche prime forme di ragionamento sintetico.

La prima e più spontanea via d'ingresso alla matematica e all'acquisizione di una relazione d'intimità con i numeri è rappresentata dalla presa di coscienza del carattere pervasivo dei numeri, dei calcoli con i numeri e delle forme geometriche nel mondo in cui vive lo studente. È quella che può essere chiamata la "matematica nel nostro mondo", la matematica nella vita quotidiana. Esempi caratteristici dei numeri la cui presenza si imporrà all'attenzione dello studente sono: i prezzi di vendita degli oggetti nei negozi (con tutte le tematiche correlate ai pagamenti, resti, sconti, ecc.); le cifre e i codici di cui sono disseminati gli apparecchi (televisione, computer, radio, automobili, elettrodomestici, sistemi di allarme, ecc.); le indicazioni stradali; le previsioni meteorologiche; i numeri che compaiono sui giornali, e così via. Per la geometria gli esempi riguarderanno sia l'arte, l'architettura e il ruolo della proporzione e della simmetria nella rappresentazione artistica, sia gli oggetti progettati nella tecnologia antica e moderna, nonché l'uso della rappresentazione coordinata e della similitudine (stazioni e altri luoghi strutturati, cartine, piante, ecc.). L'apertura sulla matematica del mondo della vita ha due obiettivi. Da un lato, quello di rendere familiari le diverse forme di scrittura dei numeri (frazioni, decimali) e di acquisire automatismi di calcolo mentale atti a sviluppare una crescente capacità di astrazione. D'altro lato, la comprensione da parte dello studente del carattere pervasivo della matematica sarà l'occasione per introdursi a questioni concettuali circa la natura dei numeri (e poi, più in generale, degli oggetti matematici), problemi che l'insegnante porrà in modo elementare e accattivante avvalendosi di semplici narrazioni storiche: come, dove e quando nacque l'uso dei numeri e il calcolo delle misure, quando e come la matematica è diventata tanto necessaria nella vita comune, nella tecnica, nell'arte e nella conoscenza della natura.

Un secondo aspetto attiene al ruolo che la matematica avrà nell'abitare lo studente al

ragionamento deduttivo e alla soluzione di problemi. Occorre evitare accuratamente che la matematica sia vista come sinonimo di pensiero razionale, quasi che non esistessero altre modalità di tale pensiero, e l'errore di confondere la matematica con la logica, indulgendo troppo ad approcci astratti. Al riguardo, sarà opportuno evitare il ricorso alla teoria degli insiemi (e a tutta la casistica connessa) poiché tale teoria ha una funzione in matematica soltanto in relazione agli insiemi infiniti che non possono essere oggetto di studio nella scuola primaria. Nella prima classe si farà leva invece sull'uso orale delle parole numerali in attività semplici e concrete di conteggio e di misurazione. Il disegno e il colore servirà alla visualizzazione soltanto sotto la forma di disegni schematici o di rappresentazioni geometriche, insieme ad altre attività come quelle di movimento (formare gruppi) e all'uso di modelli concreti (abaco, bastoncini, regoli, rappresentazioni geometriche del sistema decimale). Lo studente svilupperà la capacità di risolvere problemi concreti schematizzandoli correttamente e trattandoli con strumenti di aritmetica o di geometria. La presentazione di un buon numero di esempi in cui trovano realizzazione concreta l'addizione e la moltiplicazione porrà le basi della comprensione del passaggio dal concreto all'astratto in matematica, fino a saper scrivere l'espressione aritmetica corrispondente a problemi di divisione o che richiedano operazioni combinate. La familiarità con i procedimenti della matematica, e in particolare con prime forme di ragionamento induttivo attraverso i tentativi, la gestione dell'errore attraverso la verifica, i ragionamenti del tipo "e così via", e primissime forme di ragionamento nella geometria sintetica, abitueranno lo studente a ragionare correttamente, seguendo dettagliatamente tutti i passaggi nei calcoli o nei casi di semplici dimostrazioni. Attraverso tali pratiche lo studente avrà acquisito la capacità di distinguere tra asserzioni vere e false.

La terza funzione dell'apprendimento della matematica nella scuola primaria consiste nell'introduzione dello studente alla scienza e al pensiero scientifico. La matematica è particolarmente adatta allo scopo in quanto è la scienza più antica, coeva con la nascita della scrittura e con la nascita del pensiero simbolico. Inoltre, la matematica si è accompagnata storicamente alla primissime forme di osservazione, in particolare nell'astronomia e alla nascita dell'idea e della pratica della misura.

È importante che lo studente capisca che la misurazione non è matematica ma che, viceversa, la matematica nasce dall'esigenza della misurazione esatta. L'acquisizione di ciò gli permetterà di comprendere il significato dell'approssimazione nei calcoli numerici. Inoltre, gli permetterà di passare da una considerazione completamente intuitiva dei corpi materiali alle figure geometriche che ne rappresentano l'idealizzazione nel procedimento di misurazione sempre più perfetta. Pertanto, nell'introdurre lo studente allo studio della geometria, il rapporto tra concreto e astratto si avvarrà, per la geometria piana, della visualizzazione sul foglio e sulla lavagna di nozioni di base come "punto", "segmento", "retta", "parallelismo", "perpendicolarità", "distanza", "area", e della loro realizzazione materiale, anche tracciando questi elementi con l'aiuto di righelli, squadre e compassi; e inoltre della riflessione delle figure geometriche. Si condurranno attività di misura, prima attraverso semplici conteggi sulla carta quadrettata, poi con strumenti di misura, sulla base di un'identificazione chiara delle grandezze e di una specificazione delle unità di misura. Il lavoro sulla geometria piana sarà collegato agli aspetti geometrici della calligrafia e dello spazio grafico della scrittura e sarà condotto assieme a quello sulla geometria solida. È assai opportuno che lo studente acquisisca le prime forme di intuizione geometria partendo proprio dalla geometria solida, avvalendosi di modelli materiali – cubi, parallelepipedi, cono, cilindri, sfere, ecc. – per poi

identificare su questi gli enti geometrici piani visti come facce, spigoli o vertici dei solidi, ponendo anche particolare attenzione alle proprietà di simmetria.

È opportuno che non venga posta alcuna limitazione all'apprendimento del numero di cifre, lasciando libero lo studente di manipolare e sviluppare la "conoscenza" di numeri sempre più grandi.

È opportuno evitare di introdurre troppe definizioni, soprattutto quelle che, oscurando la sinteticità dei concetti matematici, appesantiscono inutilmente la mente dello studente (come la distinzione fra frazioni "proprie", "improprie" e "apparenti" e quella tra divisione "per ripartizione" e "per contenezza") o addirittura fuorvianti.

In linea generale, è opportuno preferire sempre il calcolo mentale al calcolo scritto. L'uso della calcolatrice non è da proscrivere, soprattutto se essa verrà usata come mezzo di esplorazione del mondo dei numeri o per verificare la correttezza dei calcoli, eventualmente approfondendo il confronto tra i risultati ottenuti con la macchina e quelli ottenuti mentalmente (o per iscritto) nel caso di risultati approssimati. Le tre forme del calcolo contribuiranno a rendere chiara la differenza tra il concetto astratto di operazione matematica, l'idea di algoritmo e i significati concreti delle operazioni. L'uso della calcolatrice non dovrà in nessun caso sostituire il calcolo mentale per evitare di atrofizzare le capacità dello studente, incluse quelle mnemoniche.

Per facilitare l'intuizione dei numeri e dei calcoli relativi sarà importante il ricorso alla contabilità dei prezzi e del denaro, anche facendo uso di monete o carte-moneta da gioco (del tipo del gioco del Monopoli), delle misure di lunghezza in metri e in centimetri e dei calcoli condotti sui tempi segnati dall'orologio in ore, minuti e secondi. Si farà leva sulle esperienze concrete dei bambini per arrivare poi a regole o algoritmi generali.

Il pallottoliere sarà uno strumento utile per il suo impatto intuitivo.

Nelle manipolazioni concrete relative all'introduzione alla geometria, sarà necessario disporre di righelli di vario tipo, di metri rigidi e flessibili, di bilance con pesi, di figure solide e piane in legno o plastica, anche smontabili, e riempibili di liquido per il calcolo di volumi e il loro confronto. Inoltre saranno necessari squadre e compassi, carta quadrettata, forbici e colla.

OBBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO

PRIMO BIENNIO (OSA per la 2° primaria).

Aritmetica

Il primo biennio sarà dedicato all'introduzione ai numeri interi naturali e ai loro differenti usi. Si inizierà con l'uso dei numeri naturali per contare, e quindi a quello dell'ordinare (primo, secondo, ecc.). Lo studente svilupperà la capacità di osservare i tanti numeri e codici che sono disseminati nelle macchine, negli apparecchi, nei documenti e in ogni aspetto della vita quotidiana. Avrà acquisito una prima forma di familiarità con la misurazione, in primo luogo degli spazi, dei tempi, dei volumi, dei pesi, attraverso sperimentazioni pratiche.

Lo studente avrà acquisito la conoscenza della rappresentazione dei numeri mediante il sistema

indiano-arabo e mediante altri sistemi, in particolare quello romano, stabilendo un collegamento tra l'esperienza numerica orale (recitazione dei numeri, conteggi, calcoli mentali) precedenti la scolarizzazione e i numeri e calcoli scritti.

Conoscerà alcuni elementi della storia dei numeri: l'uso delle parole per contare, la nascita dei simboli numerici, il concetto di numero (scritto e orale).

Avrà acquisito familiarità con le quattro operazioni sui numeri interi naturali. Saprà eseguire addizioni mentalmente e con carta e penna, su numeri via via più grandi. Avrà acquisito una familiarità puramente operativa – ovvero ricavata dalla pratica mentale – della regola commutativa e della regola associativa dell'addizione.

La familiarità con la moltiplicazione sarà stata acquisita dapprima con esempi anche geometrici (disposizioni, gruppi ripetuti, aree di rettangoli, ecc.), e poi con l'apprendimento sistematico (e non meramente mnemonico) delle tabelline del 10. Sarà abituato a effettuare calcoli a mente e in colonna.

La sottrazione sarà studiata a partire dall'addizione, mentale e in colonna. Di qui, attraverso l'acquisizione del concetto di maggiore e di minore egli sarà stato introdotto all'idea di "successivo" e di "precedente".

La divisione sarà studiata attraverso la moltiplicazione. In questo contesto, lo studente avrà acquisito l'idea di cosa sia un'approssimazione intera per decine e centinaia e una prima introduzione al concetto di errore.

Nel primo biennio lo studio delle frazioni sarà limitato a casi semplici – in particolare "metà" e "un terzo" – restringendosi anche soltanto a esempi concreti trattati oralmente, e in particolar modo riferiti agli spazi, ai tempi e all'uso delle monete, con il ricorso a monete da gioco.

Geometria

Lo studio della geometria avrà come punto di partenza la conoscenza e la manipolazione concreta delle figure solide, con modelli materiali di figure solide semplici: cubo, parallelepipedo, cilindro, cono, sfera, tetraedro, ecc.

A partire da queste lo studente avrà acquisito la conoscenza delle figure piane, viste come facce o sezioni delle figure solide: quadrato, rettangolo, cerchio, triangolo, circonferenza. Per questo passaggio dal solido al piano, avrà fatto uso di strumenti come il foglio quadrettato, la lavagna, i ritagli su carta. Avrà acquisito familiarità con rappresentazioni piane come la pianta di una stanza, della classe, di un appartamento, ecc., passando via via a configurazioni più complicate. Attraverso lo studio della geometria piana avrà appreso le nozioni di punto, segmento, retta, di rette parallele e di rette perpendicolari, di decomposizione delle figure (diagonali, raggi e diametri), avvalendosi dell'uso del righello e di dispositivi semplici per tracciare cerchi, e nominando con lettere maiuscole punti e segmenti.

Avrà acquisito l'idea di simmetria per vie diverse: attraverso la manipolazione delle figure solide, l'osservazione delle figure piane, la considerazione delle simmetrie che si hanno tra molte lettere dello stampatello geometrico, anche con il ricorso agli specchi.

Avrà appreso ad applicare l'attività del contare a linee e figure rettilinee tracciate su carta a quadretti da 1 cm per misurare lunghezze o distanze e aree e avrà acquisito i concetti di equiestensione e di decomposizione. Avrà appreso a sfruttare le misure coinvolte nella calligrafia (lettere e loro distanza, distanza tra le parole, margini, distanza tra le righe) per acquisire i concetti

di equidistanza e di proporzione.

Misura

Lo studente verrà iniziato dapprima al calcolo delle lunghezze e delle distanze mediante dei calcoli per conteggio delle componenti elementari di segmenti tracciati sul foglio (i lati dei quadratini sulle pagine del quaderno). Quindi passerà al calcolo delle aree, anche qui inizialmente mediante conteggi delle componenti elementari delle figure (i quadratini sul foglio), per poi passare al calcolo dei volumi mediante modelli di vari materiali, scomponibili. Nel calcolo dei volumi ricorrerà al confronto delle quantità di liquidi contenuti nei modelli introducendosi alla considerazione di altre grandezze fisiche. Attraverso le componenti elementari lo studente acquisirà l'idea di unità di misura. L'introduzione dell'idea di unità di misura sarà l'occasione per approfondire l'idea di cosa significa misurare e dell'importanza della misura.

Lo studente apprenderà alcune delle principali unità di misura di lunghezza, peso ecc. (metro, litro, kg), limitandosi alla considerazione di alcuni soltanto dei multipli e sottomultipli. Attraverso questi esempi avrà visto sotto un altro profilo il concetto di frazione e acquisirà una prima intuizione del concetto di proporzione.

Dati e previsioni

L'idea di proporzionalità verrà introdotta mediante semplici esempi concreti come la distribuzione di oggetti ed esempi relativi ai prezzi (quanto si compra con una data somma?). Verranno studiate alcune percentuali in casi elementari, in modo del tutto analogo alla considerazione delle frazioni: 50% e qualche altra percentuale semplice.

Lo studente sarà in grado di applicare le nozioni di aritmetica ad alcune semplici previsioni di percorrenza spaziotemporale.

Si eserciterà a rappresentare alcuni fenomeni mediante istogrammi.

Mediante esperienze elementari con giochi quali l'estrazione di numeri nella tombola o il lancio di un dado acquisirà delle prime idee circa i fenomeni aleatori.

TRIENNIO (OSA per la 5° primaria)

Aritmetica

Nel triennio successivo lo studente acquisirà la padronanza dei diversi tipi di numeri e dei loro diversi usi. Avrà approfondito la conoscenza dei numeri naturali, delle frazioni di naturali, dei decimali, della forma ordinale dei naturali. Con il ricorso a semplici esempi concreti presi dalla vita quotidiana (i numeri che in un ascensore indicano i piani sotterranei di un edificio, la temperatura di un frigorifero, ecc.) acquisirà la nozione di numero negativo.

Avrà sviluppato la padronanza degli algoritmi delle quattro operazioni in colonna con numeri via via più grandi, senza abbandonare mai la pratica del calcolo mentale, sfruttando l'applicazione delle proprietà associative, commutativa e distributiva e i "trucchi" legati alla scrittura decimale. Avrà appreso ad estendere il calcolo mentale al calcolo di semplici percentuali.

Avrà messo in pratica l'approssimazione intera e decimale dei numeri in stime e arrotondamenti, e saprà calcolare l'errore a seconda dei criteri di approssimazione prescelti.

Saprà far ricorso all'addizione per dimostrare l'esattezza di una sottrazione.

Saprà calcolare i multipli di un numero e conoscerà i criteri di divisibilità.

Saprà manipolare semplici espressioni aritmetiche collegate alla risoluzione di problemi, avendo acquisito i principi della gerarchia delle operazioni e l'uso delle parentesi.

Sarà in grado di effettuare la divisione con il resto intesa come ricerca del multiplo massimo del divisore minimizzando il resto e come rappresentazione del numero mediante un'addizione e un prodotto: $d = qD + R$.

Saprà fare divisioni in colonna e divisioni a mente.

Avrà acquisito le nozioni di numeri pari e dispari di numeri primi e della decomposizione in fattori primi. Avrà studiato esempi semplici di progressioni aritmetiche.

Avrà studiato i concetti di massimo comun divisore (MCD) e minimo comune multiplo (mcm) soltanto mediante esempi e problemi concreti.

Lo studio dei decimali sarà stato sviluppato con esempi concreti (prezzi, lunghezze, ecc.) e in collegamento con la possibilità di eseguire divisioni di un intero con un intero quando la divisione non è esatta, "estraendo decimali", ossia entrando in un universo numerico più ampio e che include propriamente i numeri naturali.

Lo studio delle frazioni sarà stato sviluppato anch'esso in collegamento con molti esempi concreti (torte, aree, probabilità, percentuali) e con riguardo agli esempi di numeri frazionari (come dividere tre pani tra quattro persone) e all'uso delle frazioni come operatore. Negli esempi si considererà il confronto tra numeri attraverso la loro differenza e attraverso semplici rapporti (metà, terzo, quarto, quinto).

Lo studente avrà appreso a collegare il concetto di frazione con i numeri decimali ma anche con i numeri sessagesimali usati nella misura del tempo. Avrà acquisito la conoscenza delle frazioni nel loro significato di generalizzazione in un universo numerico più ampio che comprende i numeri naturali.

Avrà inoltre acquisito i concetti e la capacità operativa relativamente agli algoritmi scritti di: somma, prodotto e sottrazione con decimali; estrazione dei decimali in una divisione intera; divisione di un decimale per un intero o per un decimale; frazioni, uso delle frazioni, operazioni elementari con le frazioni; rappresentazione geometrica delle frazioni; rapporto fra scrittura frazionaria e decimale; scrittura sessagesimale e angoli (con particolare riferimento all'esempio degli orologi).

Geometria

Nel triennio lo studente avrà approfondito la conoscenza delle figure solide e l'uso della riga e del compasso in geometria piana. Saprà costruire un triangolo equilatero e l'asse di un segmento. Conoscerà le condizioni perché sia determinato univocamente un triangolo.

Conoscerà gli elementi delle figure piane e solide: diagonali, altezze, vertici, lati, spigoli, facce.

Un argomento importante di studio nel triennio saranno gli angoli intesi sia come porzioni di superficie sia come ampiezze di una rotazione. Lo studente saprà ottenere empiricamente la somma degli angoli di un triangolo o di un poligono.

Un altro argomento importante di studio saranno la circonferenza e il cerchio.

Verrà sviluppato lo studio delle simmetrie e quello dei movimenti rigidi (traslazioni, rotazioni, riflessioni), e le tecniche fondamentali di decomposizione delle figure piane.

Lo studio della geometria sarà collegato a esempi reali riguardanti l'arte e la tecnica

Misura

Il sistema decimale dei numeri sarà oggetto di uno studio più sistematico, con elementi della sua storia.

Verrà fatto uno studio sistematico delle unità di misure delle principali grandezze, anche ricorrendo a unità di misure desuete.

Lo studente avrà acquisito le formule per il calcolo delle aree e dei volumi delle principali figure piane e solide, deducendole per scomposizione di figure realizzare anche con forbici e colla.

Saprà far uso di strumenti di misura, a partire dal righello. Saprà misurare gli angoli con l'uso del trasportatore.

Verrà studiata la nozione di errore e di approssimazione mediante decimali: un esempio importante al riguardo sarà dato dall'approssimazione di π .

Dati e previsioni

Lo studente avrà acquisito padronanza nella trattazione di problemi di proporzionalità sviluppati su esempi concreti, in particolare relativi a prezzi, velocità, tempi, pesi, densità, ecc.

Avrà acquisito la conoscenza di alcuni parametri statistici, come la media e la mediana.

Conoscerà i grafici statistici principali: istogrammi, torte, ecc.

Avrà una cognizione della nozione elementare di probabilità intesa come frazione o percentuale e appresa soprattutto attraverso esempi concreti.