

*Attualità delle concezioni di  
Federigo Enriques  
sulla matematica elementare e  
sull'insegnamento della matematica*

Aldo Brigaglia  
Università di Palermo

- Le leggi razziali sono state una vera operazione di rottura con la parte migliore della tradizione culturale del nostro paese; esse hanno portato a fondo quell'operazione di separazione tra cultura scientifica e cultura “tout-court” che Enriques, Volterra, Cremona, Brioschi e tanti altri avevano combattuto con tanto vigore. Non si tratta quindi solo di un doveroso omaggio alla persona di Enriques, ma anche di un tentativo di recupero di un grande patrimonio culturale nazionale.

# La “tradizione” italiana

- Dopo “l’eliminazione di alcuni cultori di razza ebraica” (come si esprimeva il comunicato UMI) la scuola italiana appariva singolarmente priva di storia e di radici. Coloro che venivano “eliminati” anche dalla storia non rappresentavano soltanto un gruppo di scienziati di straordinario valore, molti di essi erano dei maestri e la loro opera costituiva il collante intellettuale indispensabile per poter parlare di “scuola” italiana (nel senso migliore del termine): senza la loro opera restavano risultati singolarmente importanti, ma scissi e isolati.

# Alcune problematiche

- L'intuizione nell'insegnamento della Matematica
- Il contratto educativo
- La matematica. Per chi?
- La matematica. Perché?
- Matematica e Filosofia
- Insegnamento e Ricerca

# Qualche cenno biografico.

- 5 Gennaio 1871: Nasce a Livorno
- 1891: Laurea a Pisa (scuola normale)
- 1896: Cattedra di Geometria a Bologna
- 1900: Questioni riguardanti le matematiche elementari
- 1901: Sulla spiegazione psicologica dei postulati della geometria

- 1903: *Elementi di geometria ad uso delle scuole secondarie superiori* (con Amaldi)
- 1903: Estensione e limiti dell'insegnamento della matematica in ciascuno dei due gradi, inferiore e superiore, delle scuole medie
- 1906: Problemi della Scienza
- 1907: Scientia. La Scienza eterodossa e la sua funzione sociale
- 1910: *Problemi della scienza*
- 1912-14: *Questioni riguardanti le matematiche elementari*,; terza ed., 5 vol. 1924-1927
- 1921: Insegnamento dinamico. Assume la direzione del Periodico di Matematica.
- 1933-37: Collabora con l'Enciclopedia Italiana

- 1938: *Le matematiche nella storia e nella cultura*
- 1938: L'importanza della storia del pensiero scientifico nella cultura nazionale
- 1938: *La théorie de la connaissance scientifique de Kant à nos jours*
- 1942: L'errore nelle matematiche (con il soprannome di Adriano Giovannini)
- 1942: Il pensiero di Galileo Galilei (con il soprannome di Adriano Giovannini)

*Unidici - 111 30*

FEDERIGO ENRIQUES - UGO AMALDI

# ELEMENTI DI GEOMETRIA

AD USO DELLE

SCUOLE SECONDARIE SUPERIORI

PARTE SECONDA

*Libro 3<sup>o</sup> pp. 12*  
*Costo 5*  
*12*



NICOLA ZANICHELLI EDITORE  
BOLOGNA 1911



ENRICO FERMI  
DELL' ACCADEMIA D'ITALIA

# FISICA

AD USO DEI LICEI

VOLUME PRIMO



BOLOGNA  
NICOLA ZANICHELLI  
EDITORE

# Una citazione su Enriquez

- *Avendogli una volta dichiarato di non vedere la verità di un'affermazione, che egli riteneva evidente, ma che invano avevamo tentato di dimostrare logicamente, egli si fermò di botto (...) e, invece di tentare un'ultima dimostrazione, roteò il suo bastone appuntandolo sopra un cagnolino sul davanzale di una finestra, dicendomi: non vede? Per me è come se mi dicesse che non vede quel cagnolino!*

- Passare dall'intuizione del “senso comune” a quella scientifica.
- Un problema molto antico

# Il Menone di Platone

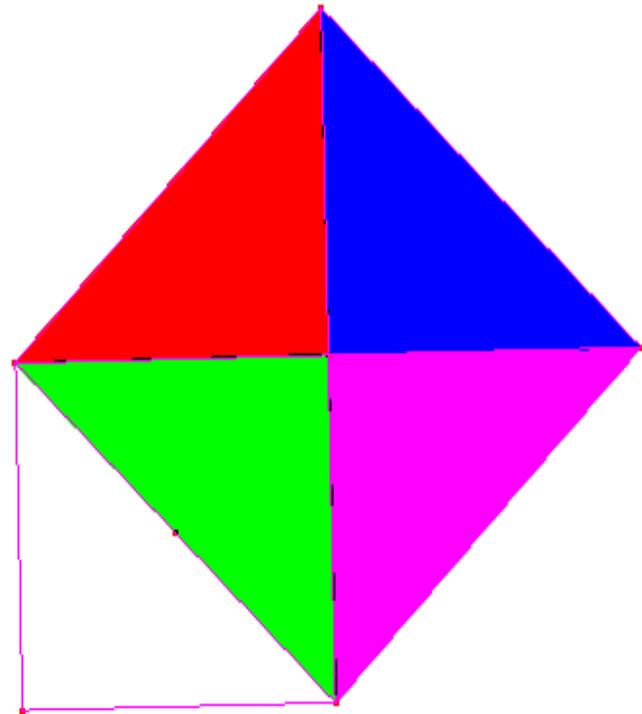
- Socrate: *Ora egli suppone di sapere quale sia la figura richiesta per un quadrato di 80 centimetri quadri o non pensi così?*
- – Menone: *Sì*
- – Socrate: *Bene e lui lo sa?*
- – Menone: *Certamente no*

# Lo scopo di Socrate

- *Rovesciare* un'idea intuitiva (ma sbagliata) per costruire un'evidenza nuova più “vera”.
- Socrate non effettua una dimostrazione formale. Non vuole sostituire l'intuizione con il ragionamento logico. Vuole passare dall'intuizione del senso comune a una nuova intuizione, più “vera”, della relazione tra area e lato del quadrato.

# Non lo vedi? E' come quel cagnolino

- Socrate: *quante figure di quella dimensione ci sono da questa parte?*
- Ragazzo: *Quattro*
- Socrate: *e quante da quest'altara?*
- Ragazzo: *Due*
- Socrate: *E 4 quante volte è rispetto a 2?*
- Ragazzo: *Il doppio*



# Una dimostrazione formale

$$\textit{Area} = l^2;$$

$$2 \times \textit{Area} = 2l^2 = l'^2$$

$$l' = \sqrt{2}l = \text{diagonal of the square}$$

# Intuizione, Rigore e *gedanken experiment*

- *Rinserratevi con qualche amico nella maggior stanza che sia sotto coperta di qualche gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti*
- *i pesci nella lor acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; (Galileo)*

# Questioni Epistemologiche vs. Didattiche

- La critica dei principi della geometria gioca un ruolo in quel processo di costruzione ed elaborazione dei concetti che costituisce lo sviluppo della scienza nei rami più elevati. In particolare, il ruolo dell'analisi logica in questo processo è quello di distinguere gli atti di intuizione e agevolare ulteriori astrazioni; così si sostiene lo sviluppo dell'intuizione geometrica, che dà luogo a spazi intuitivi superiori (Enriques)

- Nature and nature's laws were hid in night/ God said "Let Newton be" and all was light (Pope).
- Le idee matematiche (e più in genere quelle scientifiche) non sono parte delle nozioni del senso comune: possono divenire intuitive, ma solo attraverso un cammino guidato; e il linguaggio rigoroso, formale diviene gradualmente uno strumento fondamentale a questo fine.

# Alcune questioni storiche

- Non lo vede?
- E' facile costruire un nastro di Moebius, ma solo dopo aver compreso questa nuova intuizione delle relazioni spaziali, possiamo riconsiderare la vecchia idea intuitiva di superficie e costruire un'immagine mentale e il macchinario formale necessario per cogliere il concetto di superficie unilatera



- Invero l'astrarre (che rende possibile di estendere l'intuizione a classi più generali di oggetti) è insieme un atto intuitivo e logico ed ha perciò due significati e momenti strettamente connessi (Enriques)

# Guido Castelnuovo

- Per far rilevare come avvenga il passaggio dalla realtà allo schema simbolico, conviene ricorrere all'esperienza e all'intuizione [...] molto più spesso di quello che oggi si faccia. [...] Si ha un bel dire che l'intuizione può condurre all'errore; sarà; ma l'intuizione fornisce pure la principale, se non l'unica, guida alla scoperta della verità. Dovremo forse rinunciare alla verità per paura dell'errore?

- Le nozioni di funzione, di rappresentazione grafica, di derivata [...] appartengono oggi alla cultura generale, con maggior diritto che certe proposizioni riposte della geometria elementare o dell'aritmetica ragionata. Giovani usciti dalle scuole medie e diretti alla facoltà giuridica o medica incontreranno quei concetti nei loro studi statistici, economici o biologici. Non avranno essi il diritto di lagnarsi che, nei corsi secondari di matematica da loro seguiti, siano stati proprio dimenticati quegli insegnamenti di cui più sentono il bisogno per approfondire i loro studi superiori?

- gli interessi dei giovani aspiranti alle libere professioni ... [che] costituiscono la grande maggioranza delle nostre scolaresche ... [e su cui] principalmente deve fare assegnamento il nostro paese nel suo progressivo sviluppo

- Lo scopo precipuo che l'insegnante deve proporsi non è quello di dare ai giovani una indigesta ed effi mera erudizione, bensì di educare armonicamente tutte le varie attitudini dell'intelligenza, risvegliando le assopite, e disciplinando le esuberanti. Le maggiori cure egli dovrà poi dedicare alla facoltà più nobile, la fantasia creatrice, che risulta da un felice accordo dell'intuizione con lo spirito di osservazione.

- Ci uniamo al concetto di chi ritiene l'insegnamento secondario debba piuttosto educare le intelligenze che dare una serie di nozioni utili o fondamentali. Il qual concetto, invero, trova poco generali accoglienze, tutti i bisogni della vita pratica suscitando uno sfrenato desiderio di correre rapidamente al fine, e togliendo la chiara visione di quel che importi l'addestramento delle facoltà intellettive.

- Se le matematiche vengono così spesso riguardate come inutile peso dagli allievi, dipende in parte almeno dal carattere troppo formale che tende a prendere quell'insegnamento, da un falso concetto di rigore tutto intento a soddisfare certe minute esigenze di parole, da una critica analitica eccessiva e fuori posto, della quale basterebbe ritenere il risultato sintetico che pone nell'esperimento la base della geometria.

- Diverse circostanze minacciano oggi di menomare la scienza e la cultura matematica, che è vanto e tradizione d'Italia, se non forse nell'eletto manipolo degli studiosi dediti alla ricerca originale, almeno nella schiera più numerosa di coloro che hanno l'alto compito di diffonderla nella scuola. Poiché, da una parte, i corsi universitari del primo biennio si sono venuti trasformando in questi ultimi anni per avvicinarsi agli scopi pratici degli ingegneri; e, d'altra parte, l'abbinamento sistematico delle cattedre di matematiche e di fisica nelle scuole medie -che non si addice a tutte le intelligenze- toglierà ai molti il tempo e l'occasione di approfondire certe dottrine altamente educative

- Obbligati ad una preparazione troppo vasta e faticosa per le loro forze, cercano di eludere il loro obbligo ed ottenere ugualmente, agli esami, l'ambita sanzione. ...
- Il Giusti ha immortalato nei suoi versi la figura dello studente che sa *beccarsi in quindici / giorni l'esame / in barba all'ebete / servitorame / degli sgobboni / ciuchi e birboni*

- Così accade che lo studente, incapace di uno sforzo più vigoroso, cerchi appunto la salvezza in una preparazione formale e quasi meccanica, dove la memoria supplisce all'intelligenza. Tutti coloro che conoscono i giovani sanno che non vi è qui alcuna esagerazione. Provate ad entrare nel cervello di uno studente che si prepara agli esami: vi sono tanti scompartimenti chiusi senza comunicazione fra loro; coniche della geometria analitica, coniche della geometria proiettiva, oppure cellule dell'Anatomia e cellule della Zoologia; non tentate di aprire dei passaggi, correreste il rischio di confondere il poveretto!

# I Geometri Algebrici Italiani e le questioni didattiche

- Paola Gario, 2004, *Guido Castelnuovo e il problema della formazione dei docenti di matematica*, Rend. del Circolo Mat. di Palermo. Supplemento, 74, 103-121
- Livia Giacardi, 2003a, *L. Cremona, G. Vailati, C. Segre. Tre diversi approcci al problema dell'insegnamento della matematica fra '800 e '900*, Atti del XXIII Congresso UMI-CIIM, 63-75
- Livia Giacardi, 2006, *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, Lumières Internationales

- Marta Menghini, 2006, *The role of Projective Geometry in Italian Education and Institutions at the end of the 19<sup>th</sup> century*, Intern. J. for the Hist. of Mat. Education, 35-56
- Simonetta Di Sieno, 1998, *Storia e Didattica*, in Di Sieno-Guerraggio- Nastasi, *La matematica italiana dopo l'Unità*, Marcos y Marcos, 765-816

# Luigi Cremona

- Le cagioni del grave divario che corre tra le opere di Geometria elementare e lo stato attuale di questa scienza, sono diverse e di varia natura; talune generali ad ogni maniera di scienza, altre peculiari alla Geometria. Le prime ripetono la loro origine dal potere che ha sulla maggior parte degli animi umani l'abitudine, e dall'opinione volgare seguita da molti che la scienza debba servire *esclusivamente* alla pratica; opinione onninamente falsa e che ove prevalesse annullerebbe ogni progresso.

- *Quand'anche la geometria non rendesse, come rende, immediati servigi alle arti belle, all'industria, alla meccanica, all'astronomia, alla fisica; quand'anche un'esperienza secolare non ci ammonisse che le più astratte teorie matematiche sortono in un tempo più o meno vicino applicazioni prima neppur sospettate; quand'anche non ci stesse innanzi al pensiero la storia di tanti illustri che senza mai desistere dal coltivare la scienza pura, furono i più efficaci promotori della presente civiltà - ancora io vi direi: questa scienza è degna che voi l'amiate;*

\*\*\*) Ora che il giogo straniero non ci sta più sul collo a imporci gli scelleratissimi testi di MOZNIK, TOFFOLI, ecc., che per più anni hanno inondate le nostre scuole, e le avrebbero del tutto imbarbarite se tutt' i maestri fossero stati docili a servire gl' interessi della ditta GEROLD — ora sarebbe omai tempo di gettare al fuoco anche certi libracci di matematica che tuttora si adoperano in qualche nostro liceo e che fanno un terribile atto d' accusa contro chi li ha adottati. Diciamolo francamente: *noi* non abbiamo buoni libri elementari che siano originali italiani e giungano al livello de' progressi odierni della scienza. Forse ne hanno i Napoletani che furono sempre e sono egregi cultori delle matematiche; ma come può aversene certa notizia se quel paese è più diviso da noi che se fosse la China? I migliori libri, anzi gli unici veramente buoni che un coscienzioso maestro di matematica elementare possa adottare nel suo insegnamento, sono i trattati di BERTRAND, AMIOT e SERRET, così bene tradotti e ampliati da quei valenti toscani. I miei amici si ricorderanno che io non ho cominciato oggi ad inculcare l' uso di quelle eccellenti opere.

Milano, 9 maggio 1860.

### Problema I.

Di quanti metri quadrati è l'area dell'esagono regolare, il cui lato è di metri 3.20?

### Soluzione

Essendo in generale (318)

$$\text{altezza} = \frac{\text{lato}}{2} \times 1.732,$$

$$\begin{array}{l} \text{è apotema} = 1.6 \times 1.732 = 2.771. \\ \text{lato Met.} \quad 3.2 \\ \text{numero} \quad \quad 6 \end{array}$$

$$\text{perimetro Met. } 19.2$$

$$\frac{1}{2} \text{ Met. } 9.5$$

$$\text{apotema } \text{'' } 2.771$$

---

$$16626$$

$$24939$$

---

$$\text{area Met. } \frac{2}{2} \quad 26.6016$$

R. E' di metri quadrati 26.60 circa.

# Adriano Giovannini

- L'autore di questo articolo non si presenta con un nome che gli dia autorità di giudicare cose matematiche; tuttavia l'amore che porta a questi studi ... e le osservazioni che ha avuto luogo di fare sulla psicologia dei matematici, trovandosi con alcuni di essi in rapporti d'intima convivenza, gli consentiranno forse di esporre qualche riflessione ... sul grande problema filosofico dell'errore, nella scienza e nella ricerca matematica.

UGO AMALDI

# ELEMENTI DI GEOMETRIA

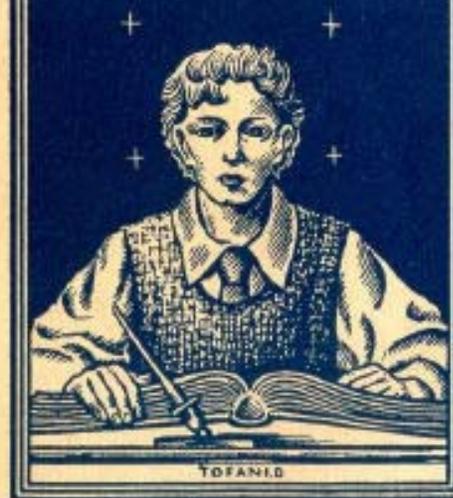
AD USO DELLE SCUOLE MEDIE  
SUPERIORI • PARTE PRIMA



N. ZANICHELLI EDITORE

UGO AMALDI

# NOZIONI DI GEOMETRIA



AD USO DELLE SCUOLE MEDIE INFERIORI

ZANICHELLI • EDITORE

# L'Unione Matematica Italiana

- La scuola matematica italiana, che ha acquistato vasta rinomanza in tutto il mondo scientifico, è quasi totalmente creazione di scienziati di razza italica (ariana)

# 1939: Le superficie razionali

- E' mio dovere dichiarare che in questo lavoro di coordinazione e di revisione mi sono avvalso delle lezioni, che su questi argomenti ha svolto, durante più anni successivi, il prof. Enriques alla R. Università di Roma, dalle quali in particolare ho attinto le nuove dimostrazioni che si riferiscono alla classificazione delle involuzioni del second'ordine di Bertini, ai piani doppi razionali, nonché la semplificazione notevole che l'uso del principio di continuità permette di portare alla dimostrazione della razionalità delle involuzioni piane d'ordine qualunque, quale si trova esposta nell'ultimo capitolo del libro. In accordo con le vedute del mio Maestro si riconoscerà una nuova considerazione dei problemi anche nelle parti più elementari

# La fede nella Ragione

- Si trova così rafforzata la conclusione che abbiamo già enunciato riguardo all'antico conflitto fra razionalismo e storicismo: queste due maniere di concepire "il cammino del mondo" sembravano doversi reciprocamente distruggere verso la fine del XVIII secolo: oggi non c'è più ragione di opporle l'una all'altra. E sembra meno lontano il sogno di vedere il Verbo incarnato nella società degli uomini per realizzare progressivamente su questa terra il regno dei cieli; poiché per il filosofo ciò non significa altro che il regno della Ragione.

# GOYA e PRIMO LEVI

- il chimico non può mai smarrire la lucidità della propria ragione, non può mai abbandonarsi al compiacimento dell'ipotesi elegante e non provata; deve sempre verificare ciò che scopre, qualsiasi sia la sua piccola vittoria. ....Quando la ragione si arrende, nascono il nazismo e il fascismo.
- Primo Levi, Echi di una voce perduta

