

corso AC1 - a.a. 07/08

Appello C (22/1/09)

1) Calcolare lo sviluppo in serie in $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \cos^2 \frac{iz}{2}$$

2) Determinare il raggio di convergenza della serie di potenze:

$$\sum_{n \geq 0} \cos(in)z^n$$

3) Calcolare l'integrale:

$$\mathbf{I} = \int_{|z|=3} \frac{z^{17}}{(z^2 + 2)^3(2z^3 + 3)^4} dz$$

4) Determinare il numero di radici del polinomio

$$z^7 - 5z^4 + z^2 - 2$$

contenute nell'aperto $1 < |z| < 2$.

Soluzioni

1)

$$f(z) = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \dots \right)$$

2) $R = e^{-1}$.

3) Poiché tutti i poli dell'integrando sono contenuti all'interno della circonferenza di integrazione, si può calcolare utilizzando il residuo all'infinito. Detta $f(z)$ la funzione integranda si ottiene:

$$\mathbf{I} = -2\pi i \operatorname{Res}_\infty f(z) = -2\pi i \operatorname{Res}_0 \left[-\frac{1}{u^2} f(u^{-1}) \right] = \frac{2\pi i}{16} = \frac{\pi}{8}$$

4) 3.