

## corso GE1 - a.a. 06/07 - Appello del 12/9/07

1) Determinare una base del sottospazio  $\mathbf{W}$  di  $\mathbf{R}^4$  generato dall'insieme di vettori:

$$\mathcal{S} = \{(1, 1, 2, 3), (3, 2, 1, 0), (-1, 0, 3, 6), (2, 2, 2, 2)\}$$

utilizzando esclusivamente operazioni elementari. Completare tale base ad una base di  $\mathbf{R}^4$ .

2) Discutere il sistema:

$$\begin{array}{rcccc} X & -Y & +Z & = & 0 \\ -X & -kY & +2kZ & = & -1 \\ -kX & +kY & & = & -1 \end{array}$$

in cui  $X, Y, Z$  sono incognite reali e  $k$  è un parametro reale.

3) Verificare che l'applicazione lineare  $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  che manda i vettori

$$\mathbf{u} = (1, 2, 1), \mathbf{v} = (2, -1, 1), \mathbf{w} = (1, 1, -1)$$

rispettivamente in  $\mathbf{u}' = (0, 3, -1)$ ,  $\mathbf{v}' = (1, 0, 3)$ ,  $\mathbf{w}' = (2, 0, 0)$  è univocamente determinata. Determinare la matrice  $A$  che rappresenta  $T$  rispetto alla base canonica. Infine determinare gli autovalori di  $T$  e una base di ciascuno dei suoi autospazi.

4) Determinare il valore del parametro reale  $h$  per cui le due rette di  $\mathbf{A}^3(\mathbf{R})$ :

$$r : 2X + Y + 2Z - 1 = hX + Y + Z - 10 = 0, \quad s : \frac{X + 3}{2} = \frac{Y + 2}{3} = \frac{6 - Z}{4}$$

sono incidenti. Per tale valore di  $h$  determinare il piano in cui giacciono e il punto di intersezione.