

Università degli Studi Roma Tre
Anno Accademico 2008/2009
GE3 - Topologia Generale ed elementi di Topologia Algebrica

Lavoro Guidato 1 - Martedì 3 Marzo 2009

Richiami sugli spazi metrici; distanze topologicamente equivalenti, spazi topologici metrizzabili: esempi. Unicità del limite per successioni in spazi metrici. Le applicazioni lineari sono continue nella topologia euclidea.

Sottobase di una topologia; topologia generata: esempi.

Esercizi sulla convergenza di successioni nella topologia i_s .

Lavoro Guidato 2 - Martedì 17 Marzo 2009

La funzione esponenziale complessa e il logaritmo naturale complesso: omeomorfismo tra la striscia aperta e il piano reale privato del semiasse positivo.

Realizzazione del toro complesso come sottospazio dello spazio euclideo tridimensionale.

Azioni di gruppi su insiemi; definizione di azione libera e transitiva: esempi.

Quozienti di spazi topologici rispetto alle orbite di un'azione: esempi.

Identificazioni e insiemi densi.

Lavoro Guidato 3 - Martedì 31 Marzo 2009

Richiami su alcune topologie di \mathbb{R} e loro proprietà.

Proprietà di separazione: il prodotto di spazi di Hausdorff è uno spazio di Hausdorff; uno spazio è di Hausdorff se, e solo se, la diagonale è chiusa nel prodotto topologico dello spazio con se stesso.

Compattezza: lo spazio proiettivo reale è compatto in quanto scrivibile come quoziente di un compatto; il gruppo ortogonale è compatto in quanto chiuso e limitato nello spazio delle matrici quadrate; l'intersezione di compatti può non essere compatta.

Esempi ed esercizi sulle proprietà di separazione e sulla compattezza.

Lavoro Guidato 4 - Martedì 28 Aprile 2009

Richiami sulla connessione. Esempi di spazi sconnessi: $GL_n(\mathbb{R})$, $O(n)$.

Spazi contraibili: uno spazio è contraibile se, e solo se, l'applicazione identità è omotopa a un'applicazione costante di X in sé; i sottospazi convessi di \mathbb{R}^n sono contraibili; gli spazi contraibili sono connessi per archi.

Composizione di archi, equivalenza di archi: esercizi.

Lavoro Guidato 5 - Martedì 12 Maggio 2009

Il teorema di Borsuk-Ulam: per ogni funzione continua $f : S^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ esiste almeno una coppia di punti antipodali su cui f assume lo stesso valore. Dimostrazione nel caso $n = 1, 2$. Corollario: se $S^2 = C_1 \cup C_2 \cup C_3$ chiusi allora almeno uno di essi contiene una coppia di punti antipodali.

Dimostrazione alternativa, senza l'utilizzo del teorema di Van Kampen, della semplice connessione di S^n per $n \geq 2$.

La connessione per archi si preserva per equivalenza omotopica.

Esempio di spazio topologico a base numerabile e localmente euclideo ma non di Hausdorff.

Lavoro Guidato 6 - Martedì 19 Maggio 2009

Esercizi di riepilogo per la preparazione alla seconda prova di valutazione in itinere: spazi normati; connessione, equivalenza omotopica e connessione, varietà topologiche e connessione; esempio di calcolo del gruppo fondamentale; superfici compatte e connesse come quozienti di poligoni etichettati e loro caratteristica di Eulero.