

ME410 matematiche elementari da un punto di vista superiore
a.a. 2018/19
diario delle lezioni

- 26 febbraio 2019:** presentazione del corso, assiomi della geometria euclidea da Euclide ad Hilbert
- 28 febbraio:** criteri congruenza triangoli e pons asinorum, teoremi di Talete, Pappo e Desargues, algebra dei segmenti: moltiplicazione e divisione tra segmenti, radice quadrata, segmenti e poligoni regolari costruibili con riga e compasso.
- 5 marzo:** disegnabilità con riga e compasso del pentagono regolare, teorema di Talete e di Pappo vettoriali.
- 7 marzo:** disegno prospettico e assiomi del piano proiettivo, piano di Fano, Pappo e Desargues rivisitati: piano proiettivo geometrico versus proiettivizzazione di spazio vettoriale su un campo: assiomi della geometria proiettiva. Il piano di Moulton.
- 12 marzo:** etnomatematica e statistica aula 211 (2 - 6h)
- 14 marzo:** teorema di Pitagora, volume della piramide, del cono e della sfera con metodi elementari
- 19 marzo:** triangoli (baricentro, incentro, circocentro, ortocentro) teorema di Ceva, punto di Fermat (proprietà di minimo).
- 21 marzo:** proprietà del baricentro in dimensione 3, il problema dell'inseguimento e il cerchio di Apollonio, teorema di Fagnano (triangolo delle altezze e minimo perimetro triangolo inscritto), teorema di Morley,
- 26 marzo:** volume della sfera n-dimensionale. Problema di Sylvester - Gallai: dalle rette passanti per i flessi di una cubica nel piano (proiettivo) complesso alle rette ordinarie per un gruppo finito di punti nel piano (proiettivo) reale
- 28 marzo:** dimostrazione alternativa del teorema di Sylvester Gallai, secondo la geometria piana ordinata, osservazioni al teorema di Sylvester-Gallais e dimostrazione di quest'ultimo in geometria ordinata; elementi primitivi, definizioni e assiomi della geometria ordinata; enunciati di due teoremi della geometria ordinata.
- 2 aprile:** questioni enumerative su configurazioni di rette e punti nel piano e nello spazio (problema del frutteto), (esempio in dimensione 3: 12 rette nella superficie cubica). Alcuni risultati: congettura di Dirac, teorema di Motzkin, teorema di Crisma-Sawyer, teorema di Green-Tao, del teorema di Edos-Croft, costruzione di Boroczky e altri esempi.
- 4 aprile:** ancora sulle configurazioni punti, rette nel piano; esempi (tra cui la configurazione di Hasse, la configurazione data dal teorema di Desargues, configurazione di Pappo, configurazioni di Reyes); introduzione alle curve algebriche piane ed esempi intuitivi, definizioni di curva algebrica piana, di componenti della curva, di curva ridotta e di ideale della curva.
- 10 aprile (4h):** curve differenziabili; strumenti per definire le curve algebriche; differenze fra i Reali e i Complessi; teorema fondamentale dell'algebra (revisione); esempi di curve parametrizzabili (in particolare retta, cerchio, ellisse, parabola, iperbole, cubica cuspidata, cubica generica, foglio di Cartesio); altre curve (la cicloide, l'ipocicloide); curva di Peano.
- 16 aprile:** caratteristica di Eulero; triangolazioni e n-simplessi; introduzione ai grafi (grafi, grafo planare, caratteristiche di un grafo e sue applicazioni); teorema di Pick, poligoni di Newton, teorema di Bernstein; curve irriducibili e grado di una curva con molti esempi esplicativi.
- 18 aprile:** curve piane: anello locale e ideale locale in un punto, molteplicità di un punto, anelli di polinomi.
- 29 aprile:** molteplicità di intersezione di curve piane e teorema di Bezout.
- 30 aprile:** risultante di due polinomi.
- 2 maggio:** curve piane proiettive e teorema di Bezout proiettivo.
- 7 maggio:** fattorizzazione locale e globale di polinomi, anelli delle serie formali, esempi, parametrizzazione locale curve piane e teorema delle funzioni implicite, polinomio di Weierstrass e teorema di preparazione di Weierstrass.

9 maggio: polinomi quasi omogenei e costruzione serie di Puiseux.

14 maggio: poligoni di Newton e polinomi irriducibili, teorema di Bernstein (Luigi).

16 maggio: grafi, teorema di Pick, come sorvegliare un museo (Cecilia).

Diagramma di Voronoi e triangolazione di Delaunay, algoritmo, cenni al problema di impacchettamento sfere (Sara).

21 maggio: problema dei cerchi tangenti di Apollonio (Martina).

28 maggio: (3h) revisione questioni di geometria euclidea ed esercitazione.