Università degli Studi Roma Tre
Corso di Studi in Geologia, a.a. 2007/2008
Matematica 1b

Nel corso di questi esercizi definiamo $\widehat{\imath} = (1,0,0)$, $\widehat{\jmath} = (0,1,0)$ e $\widehat{k} = (0,0,1)$.

1. Siano $\mathbf{v}_1 = 2\widehat{\imath} - 3\widehat{\jmath} + \widehat{k}$ e $\mathbf{v}_2 = \frac{5}{3}\widehat{\imath} - \frac{5}{2}\widehat{\jmath} + \frac{5}{6}\widehat{k}$. Verificare che sono linearmente dipendenti ovvero che sono paralleli.

2. Dei seguenti insiemi di vettori, determinare se sono linearmente dipendenti e, in caso affermativo, determinare il piano o la retta che li contiene.

   (a) $\{2\widehat{\imath} + 3\widehat{\jmath} + \widehat{k}, -3\widehat{\imath} + 2\widehat{\jmath} + 2\widehat{k}, -\widehat{\imath} + 5\widehat{\jmath} + 3\widehat{k}\}$

   (b) $\{2\widehat{\imath} + 3\widehat{\jmath} + \widehat{k}, -4\widehat{\imath} - 6\widehat{\jmath} - \widehat{k}, \widehat{\imath} + \frac{3}{2}\widehat{\jmath} + \frac{1}{2}\widehat{k}\}$

   (c) $\{\widehat{\imath} - \widehat{\jmath} + 2\widehat{k}, \widehat{\imath} - \widehat{\jmath}, \widehat{\imath} + 3\widehat{k}\}$

3. Dimostrare la seguente identità:

$$\mathbf{v}_1 \wedge (\mathbf{v}_2 \wedge \mathbf{v}_3) = (\mathbf{v}_1 \wedge \mathbf{v}_2) \wedge \mathbf{v}_3$$

4. Determinare le coordinate dei vettori complanari a:

   (a) $\mathbf{v}_1(1,0,1), \mathbf{v}_2(2,0,2)$

   (b) $\mathbf{v}_3(0,1,1)$, $\mathbf{v}_4(1,1,1)$

   Esiste un piano che contiene tutti e quattro i vettori?

5. Determinare le equazioni paramentriche e cartesiane del piano π che contiene i seguenti punti:

   (a) $P(2,-1,1)$, $Q(-1,0,1)$, $R(0,0,1)$

   (b) $P(0,-1,1)$, $Q(1,0,1)$, $R(0,0,-1)$

   (c) $P(2,0,0)$, $Q(-1,0,2)$, $R(-2,0,1)$

6. Sia $\pi : x - y = 0$ un piano e $P(1,0,1)$ e $Q(0,0,1)$.

   (a) Determinare il piano σ parallelo a π e passante per P.

   (b) Esiste un piano parallelo a π che contiene sia P che Q?

   (c) Esiste un piano perpendicolare a π che contiene sia P che Q?

   (d) Determinare la distanza di P da π, la distanza di Q da π ed infine la distanza di P da Q.