Esercitazioni di

MATEMATICA 1

Geologia

Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-3 marzo 2008-

1. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Calcolare:

a) Il coseno dell'angolo φ tra i vettori $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;

b) Il coseno dell'angolo φ tra i vettori $-\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;

c) Il coseno dell'angolo φ tra i vettori $\mathbf{x}$ e $-\mathbf{y}$;

d) Il coseno dell'angolo φ tra i vettori $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ e $\mathbf{x} + \mathbf{y}$.

2. Dati i vettori $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, calcolare: prodotto scalare, angolo compreso, il vettore $\mathbf{x} - 3\mathbf{y}$ e la sua lunghezza.

a) $\mathbf{x} = (10, 8)$, $\mathbf{y} = (20, -25)$; *b)* $\mathbf{x} = (1, 1)$, $\mathbf{y} = (1, 0)$.

3. Sia $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, trovare un vettore $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$ tale che:

a) $\mathbf{y}$ è perpendicolare a $\mathbf{x}$ e $|\mathbf{y}| = 3$;

b) $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = -2$ e $|\mathbf{y}| = 2$;

c) $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = |\mathbf{x}||\mathbf{y}|$;

d) $|\mathbf{x} - \mathbf{y}| = 0$;

e) $\mathbf{y}$ è parallelo a $\mathbf{x}$ e $|\mathbf{y}| = 10$;

4. Determinare le componenti di $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ sapendo che:

a) $\mathbf{x} \perp \mathbf{y}$, $\mathbf{y} = (-5, 3)$ e $|\mathbf{x}| = \sqrt{17}$; *b)* $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ formano un angolo di $\frac{\pi}{3}$, $\mathbf{y} = (4, 0)$ e $|\mathbf{x}| = 5$.

5. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Calcolare:

a) l'area del triangolo di vertici $\mathbf{0}$, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;

b) l'area del parallelogramma di vertici $\mathbf{0}$, $-\mathbf{x}$, $-\mathbf{y}$ e $-\mathbf{x} - \mathbf{y}$;

c) l'area del parallelogramma di vertici $\mathbf{0}$, $-\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ e $\mathbf{y} - \mathbf{x}$;

6. Siano $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ tre punti del piano. Determinare:

a) le equazioni parametriche e cartesiane della retta r passante per i punti A e C;

b) le equazioni parametriche e cartesiane della retta s passante per i punti A e B;

c) il punto d'intersezione e l'angolo formato dalle due rette r e s;

d) le equazioni parametriche e cartesiane della retta l passante per B e perpendicolare al vettore $\overrightarrow{CA}$;

7. Siano $A = \begin{pmatrix} -11 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 18 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \end{pmatrix}$ tre punti del piano. Determinare:

a) l'equazione della retta r passante per i punti A e B;

b) l'equazione della retta s passante per C e parallela a r;

c) l'equazione della retta t passante per C e perpendicolare a r;

d) sia $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$; calcolare la distanza delle tre rette r, s e t da P.