Esercitazioni di

MATEMATICA 1

Geologia

Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-10 marzo 2008-

1. Stabilire quali dei seguenti insiemi di vettori sono linearmente indipendenti e quali sono un sistema di generatori dello spazio. Se sono dipendenti, scrivere uno di essi come combinazione lineare degli altri.

In $\mathbb{R}^2$:

a) $\{(1, 123), (-\pi, -\pi)\}$ *b)* $\{(2, -\frac{1}{3}), (-1, \frac{1}{6})\}$

c) $\{(\frac{4}{5}, \frac{5}{4}), (4, 5)\}$ *d)* $\{(1, 2), (11, -7\sqrt{2}), (-1, 1)\}$.

In $\mathbb{R}^3$:

e) $\{(1, 1, 3), (2, 2, 0), (3, 3, -3)\}$ *f)* $\{(1, -1, -\sqrt{5}), (1, 1, \sqrt{5}), (0, 1, 2\sqrt{5})\}$

g) $\{(0, 5, 5), (3, 2, 1), (\frac{3}{2}, 2, \frac{3}{2})\}$ *h)* $\{(1, 0, 0), (1, 1, 1), (0, 1, 2), (-1, -2, -3)\}$.

2. Determinare i valori del parametro k per cui i seguenti insiemi di vettori sono linearmente indipendenti:

a) $\{(2, k), (0, 3)\}$ *b)* $\{(1, 0, 1), (k, 0, 0), (-1, 0, 1)\}$

c) $\{(-1, 0, -1), (0, 0, k), (-2, 0, -1)\}$ *d)* $\{(0, 1, 1), (k, 0, -2), (1, -5, 2k)\}$.

3. Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane delle rette passanti per i seguenti punti e stabilire quali sono parallele o perpendicolari tra loro.

a) $(1, 2, 13)$ e $(5, 8, 3)$;
b) $(1, 6, -2)$ e $(-1, 3, 3)$;
c) $(-1, 1, -4)$ e $(0, 2, -3)$;

4. Scrivere le equazioni parametrica e cartesiana della retta passante per il punto $(1, -2, 3)$ e

a) parallela alla retta r di equazione $(x, y, z) = (1 - t, 2 + 3t, -1 + 2t)$;
b) perpendicolare al piano di equazione $(x, y, z) = (1 + t, -1 + t + 3s, -1 + 2s)$;

5. Scrivere le equazioni parametriche dei piani passanti per i seguenti punti e stabilire quali sono paralleli tra loro.

a) $(1, -2, 3)$, $(2, 8, 1)$ e $(1, 3, 1)$;
b) $(2, 5, -1)$, $(0, -7, 3)$ e $(3, -1, 3)$;
c) $(1, 6, 2)$, $(1, 1, 4)$ e $(2, 1, 6)$;

6. In ciascuno dei seguenti casi determinare un'equazione cartesiana del piano di $\mathbb{R}^3$ contenente il punto Q e la retta r:

a) $Q = (3, 3, 1)$, $r : x = 2 + 3t, y = 5 + t, z = 1 + 7t$

b) $Q = (2, 1, 0)$, $r : x = -1 - 5t, y = -5t, z = 2 + 3t$

c) $Q = (1, 0, 2)$, $r : x = t, y = 3, z = 1$

d) $Q = (2, 2, 2)$, $r : x = 5 + t, y = -3 - 3t, z = 3 + 3t$

7. Siano dati i piani p_1 e p_2. Verificare che sono paralleli e stabilire se sono coincidenti o distinti.

a) $p_1 : x = 1 + 2s, y = 1 + 2t, z = 1 + t + 4s$ $p_2 : x = -1 + 2t - 4s, y = 1 - 2t + 10s, z = 4 + 3t - 3s$

b) $p_1 : x = 1 + t + 4s, y = 2 + 2t, z = 3 + s$ $p_2 : x = 4 + 5t + 2s, y = 2t - 4s, z = 4 + t + s$