

Esercitazioni di  
**MATEMATICA 1**  
Geologia  
Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-17 marzo 2008-

1. Determinare l'insieme dei vettori di  $\mathbb{R}^3$  perpendicolari al vettore  $\mathbf{n} = (2, -1, 3)$ .
2. Determinare l'equazione cartesiana del piano  $p_1$  passante per il punto  $P_1 = (1, -1, 2)$  e:
  - a) perpendicolare al vettore  $v = (2, -3, 1)$
  - b) passante per i punti  $P_2 = (3, 1, 1)$  e  $P_3 = (-5, 1, 1)$ .
  - c) perpendicolare alla retta  $r$  di equazione  $(x, y, z) = (2 + 3t, 5 + t, 1 + 7t)$ ;
  - d) perpendicolare alla retta  $s$  di equazione  $X - Y + 1 = 0, 3X + 5Z - 7 = 0$ ;
  - e) perpendicolare al piano  $p_2$  di equazione  $(x, y, z) = (11 + t - 2s, -3 + 3s, 2 - t)$ ;
  - f) parallelo al piano  $p_3$  di equazione  $(x, y, z) = (3, 3t - s, s)$ ;
  - g) parallelo al piano  $p_4$  di equazione  $X + Y + Z - 3 = 0$ ;

3. Calcolare la distanza dei seguenti piani dal punto  $P = (3, 3, -1)$ . Verificare che i piani sono paralleli e calcolare la loro distanza.

$$p_1 : x = 1 + 2s, y = 1 + 2t, z = 1 + t + 4s, \quad p_2 : 4X + Y - 2Z + 4 = 0$$

4. In ciascuno dei seguenti casi verificare se le rette  $r$  e  $s$  di  $\mathbb{R}^3$  sono o no complanari; nel caso lo siano, verificare se sono parallele o incidenti e, dopo aver verificato che sono distinte, determinare un'equazione cartesiana del piano che le contiene.

$$a) r : x = 1 + t, y = -t, z = 2 + 2t, \quad s : x = 2 - t, y = -1 + 3t, z = t$$

$$b) r : \begin{cases} 2X + 3Y - Z = 0 \\ 5X + 2Z - 1 = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} 3X - 3Y + 3Z - 1 = 0 \\ 5X + 2Z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$c) r : \begin{cases} X + 1 = 0 \\ Z - 2 = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} 2X + Y - 2Z + 6 = 0 \\ Y + Z - 2 = 0 \end{cases}$$

$$d) r : \begin{cases} 2X + Y + 1 = 0 \\ Y - Z = 2 \end{cases} \quad s : x = 2 - t, y = 3 + 2t, z = 1$$

5. Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare le seguenti matrici ed il loro determinante:

$$a) A^2 \quad b) 3A^3 - \frac{1}{2}A + A^0 \quad c) AB + 2BA + 3B^2 - B^0$$

6. Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile, i prodotti  $AB$  e  $BA$ . Posso prevedere il numero di righe e di colonne della matrice risultante?

7. Calcolare i seguenti prodotti di matrici:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} (1 \ 5 \ 2 \ -2) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

8. Calcolare il determinante delle seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 9 & 4 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$