

Esercitazioni di
MATEMATICA 1

Geologia

Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-31 marzo 2008-

1. Utilizzando il significato geometrico del determinante, stabilire se i seguenti insiemi di vettori sono linearmente indipendenti:

$$\begin{array}{ll} a) \{(1, 2), (3, 1)\} & b) \{(5, -15), (-14, 42)\} \\ c) \{(1, 3, 5), (2, 4, -3), (-1, -1, 1)\} & d) \{(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9)\} \end{array}$$

2. Utilizzando il significato geometrico del determinante,

a) trovare l'equazione cartesiana di una retta del piano con direzione $\mathbf{v} = (l, m)$ e passante per $Q = (a, b)$. Se la retta è assegnata mediante due suoi punti distinti? Dedurre un metodo per ottenere l'equazione cartesiana di una retta del piano a partire dalla sua equazione parametrica.

b) verificare che le due rette del piano r e s sono parallele, sapendo che

$$\begin{array}{ll} 1) \quad r : (x, y) = (15 - 3r, 35 + 2r) & 2) \quad r : X - 3Y + 9 = 0 \\ \quad \quad s : (x, y) = (8 + 18s, 4 - 12s) & \quad \quad s : 5X - 15Y + 25 = 0 \end{array}$$

c) trovare l'equazione cartesiana di un piano p con vettori direzione $\mathbf{v} = (l_1, m_1, n_1)$ e $\mathbf{w} = (l_2, m_2, n_2)$ e passante per $Q = (a, b, c)$. Se il piano è assegnato mediante tre suoi punti non allineati? Dedurre un metodo per ottenere l'equazione cartesiana di un piano a partire dalla sua equazione parametrica.

d) dati un piano p e una retta r stabilire se essi sono paralleli, sapendo che

$$\begin{array}{l} r : (x, y, z) = (0, -1 + 2r, 3r) \\ 1) \quad p : (x, y, z) = (-3 + 5s, 12 + 2t, -13 + s + 7t) \end{array}$$

$$2) \quad r : \begin{cases} X + 3Z + 4 = 0 \\ Y + 2Z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$p : 2X - 3Y + 5 = 0$$

e) siano date due rette dello spazio, $r : (x, y, z) = (a + lr, b + mr, c + nr)$ e $s : (x, y, z) = (a' + l's, b' + m's, c' + n's)$; stabilire una condizione di complanarità.

3. Calcolare il limite delle seguenti successioni e, qualora esso esista, verificare che soddisfi la definizione di limite.

$$a) a_n = \frac{2n+1}{n} \quad b) a_n = \frac{1-5n^2}{n^2+8n} \quad c) a_n = \sqrt{\frac{2n}{n+1}} \quad d) a_n = \frac{n^2+1}{2}$$

$$e) a_n = (-1)^n n^2 \quad f) a_n = \frac{n^2-2}{n} \quad g) a_n = \sqrt{n} - n \quad h) a_n = \sin n$$

4. Si calcolino i seguenti limiti di successioni:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sin n}{n^3 - n^2 + 1} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{3}{n}} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{e+1}{n}\right)^{2n}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad e) \lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{10^3}}{3^{3n-1}}$$

$$g) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^2+2}{2n^2-1}} \quad h) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n]{n} \quad i) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2-1}\right)$$