

Esercitazioni di
MATEMATICA 1

Geologia

Anno Accademico 2007/2008

Chiara Valenti

-21 aprile 2008-

1. Trovare il dominio $\mathcal{D}$ delle seguenti funzioni:

$$a) f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x - 4} \quad b) f(x) = \frac{1 + x^5}{x^2 + x + 3} \quad c) f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x-3}}$$

$$d) f(x) = \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+3}} \quad e) f(x) = \log(2-5x) \quad f) f(x) = \log_{x-1}(3-x)$$

$$g) f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} \quad h) f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \quad i) f(x) = \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x+1}$$

2. Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o né pari né dispari:

$$a) f(x) = \sqrt[4]{x^3} \quad b) f(x) = x^3 - x^5 \quad c) f(x) = x^2 + |x| \quad d) f(x) = x(x^2 + 1)$$

$$e) f(x) = x^4 - 3x^3 \quad f) f(x) = \frac{x-1}{x+2} \quad g) f(x) = \frac{2^x}{1+4x} \quad h) f(x) = x^3 \log x^2$$

3. Siano $f(x) = 2x$, $g(x) = x - 3$ e $h(x) = x + 1$. Graficare le seguenti funzioni precisandone anche il periodo, il dominio e il codominio:

$$a) F(x) = \sin x \quad b) F(x) = \cos x \quad c) F(x) = h(\sin(x))$$

$$d) F(x) = \sin(f(x)) \quad e) F(x) = f(\cos x) \quad f) F(x) = g(\cos(f(x)))$$

4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

e se ne determini il dominio. Si dimostri che essa è decrescente sia nell'intervallo $(-\infty; 1)$ sia nell'intervallo $(1; +\infty)$. Determinare la funzione inversa. Detta $g(x)$ la funzione inversa, si riconosca che $f(x) = g(x)$. Di quale proprietà godrà il grafico della funzione f ?

5. Dimostrare che la funzione individuata dall'equazione $y = x^3 + 1$ è sempre crescente. Determinare il valore della funzione per $x = 2$ e il valore della variabile indipendente per $y = 2$. Determinare la funzione inversa $h(x)$.

6. Data la funzione

$$f(x) = 2^x + 3$$

trovare il dominio $\mathcal{D}_f$ ed il codominio $\mathcal{C}_f$, ricavare l'espressione analitica della funzione inversa $g(x)$. Trovare, inoltre, il dominio $\mathcal{D}_g$ ed il codominio $\mathcal{C}_g$.

7. Si determinino dominio e codominio di $f(x) = \frac{1}{2} \ln x$ e $g(x) = 2x + 1$. Le funzioni f e g sono invertibili? Qualora siano invertibili se ne determinino le funzioni inverse, specificandone dominio e codominio. Si consideri $g(x)$ con dominio $x > 0$. Si determinino le funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$.

8. Siano f e g due funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ di espressione analitica

$$f(x) = \frac{x-1}{2} \quad g(x) = 2x-1$$

Indicata con $g(f(x)) = h(x)$ l'espressione analitica di $g \circ f$ e con $f(g(x)) = k(x)$ l'espressione analitica di $f \circ g$ risolvere le seguenti equazioni

$$a) h(x) = k(x) \quad b) h(x) + k(x) = f(x-1) + g(x+1)$$