

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Geologia, A.A. 2008/2009
Esercitazioni di Matematica II

Domini di funzioni in due variabili

(1) Studiare i seguenti insiemi e disegnarli nel piano:

(a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y \leq 1\};$

(b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 \geq 1\};$

(c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \leq 1\};$

(d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < y < 1, \frac{\sqrt{y}}{2} < x < \sqrt{y}\};$

(2) Delle seguenti funzioni $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, determinare il dominio e disegnarlo nel piano.

(a) $f(x, y) = x^2 - y^2;$

(b) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2};$

(c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1};$

(d) $f(x, y) = \log(x + y);$

(e) $f(x, y) = \log(x^2 + y);$

(f) $f(x, y) = \log(x^2 y - xy^2);$

(g) $f(x, y) = \sqrt{y - x^2}.$

Limiti di funzioni in due variabili

(3) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - 2y^2}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{x^2 y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 + x^2 + y^2}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + y}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - 2y^3}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2},$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^4 + y^4) \log(\sqrt{x^4 + y^4}).$$