

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Laurea in Geologia
Matematica II - A.A. 2008/2009
I Esonero

NOME:.....

COGNOME:.....

MATRICOLA:.....

ESERCIZIO 1.

Consideriamo la funzione:

$$f(x, y) = (x + y)e^{-xy}$$

- (1) Determinare il dominio della funzione $f(x, y)$ ed il segno;
- (2) Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità;
- (3) Determinare i punti critici e studiarne la natura;
- (4) Calcolare il piano tangente alla funzione $f(x, y)$ nel punto di coordinate $(1, -1)$.

ESERCIZIO 2.

Consideriamo il seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(t) + y'(t) - 12y(t) = 2e^{-t} \\ y'(0) = 0 \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

- a. Determinare la soluzione del problema.
- b. Determinare il limite della soluzione, per $t \rightarrow \infty$.

ESERCIZIO 3.

Un lago di area pari a $S \text{ km}^2$ è infestato da una pianta acquatica che, al tempo t , misurato in giorni, occupa una superficie pari a $A(t) \text{ km}^2$. Sperimentalmente, si trova che la funzione $A(t)$ soddisfa il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} A'(t) = 2(S - A(t)) + 2\alpha \\ A(0) = 0 \end{cases}$$

- Risolvere il problema di Cauchy.
- Si dica in quale istante t_1 la pianta ha occupato la metà del lago, supponendo $\alpha = 0$
- Gli amministratori utilizzano un prodotto per debellare la pianta che agisce nell'equazione con $\alpha = -\frac{S}{100}$. Stabilire cosa accade con $t \rightarrow \infty$

ESERCIZIO 4.

Studiare la continuità e la derivabilità della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+x^2+y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & \text{altrimenti} \end{cases}$$