

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Fisica

Elementi di Geometria

Prof. A. Verra

Prima prova in corso d'anno 29 Ottobre 2012

Nome..... Cognome .....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti giustificando le proprie affermazioni con gli opportuni riferimenti ai teoremi appropriati. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	Tot.
Voto				

I. (10 punti)

Si determini il rango di  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & -1 & 8 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

**II. (10 punti)**

Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} a-2 & -a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & a^2-1 \end{pmatrix}$$

- a) Determinare per quali valori di  $a \in \mathbf{R}$  la matrice  $A$  risulti invertibile, e per tali valori calcolare l'inversa (in funzione del parametro)
- b) Determinare per quali valori di  $a \in \mathbf{R}$  la matrice  $B$  risulti invertibile, e per tali valori calcolare l'inversa (in funzione del parametro)
- c) Esiste  $a \in \mathbf{R}$  tale che la matrice  $A + B$  risulti invertibile, ma sia  $A$  che  $B$  siano invece non invertibili?

### III. (10 punti)

Per il seguenti sistemina lineare determinare, al variare dei parametri,

- quando il sistema è compatibile
- quando il sistema ammette un'unica soluzione
- il numero di parametri da cui dipendono le soluzioni.

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + aX_3 = b \\ (2a - 1)X_1 + (2a - 1)X_2 + (a^2 - a + 1)X_3 = 1 + 2a(b - 1) \\ 3X_1 + 3X_2 + (a^2 + 3a - b)X_3 = 4b \end{cases}$$